ESTRATEGIA PARA SUPERAR EL OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO DEL RAZONAMIENTO COMÚN EN GEOMETRÍA

Karina Del Carmen Guillén López*
ing.kari14@gmail.com
orcid.org/0000-0001-8758-7542
http://www.redalyc.org/autor.oa?id=21449
Universidad del Zulia, Venezuela

Héctor José Bohórquez**
hectorbohorquez@gmail.com
orcid.org/0000-0003-2152-4279
http://www.redalyc.org/autor.oa?id=21458
Universidad del Zulia, Venezuela

María Encarnación Pires de Fernández***
pirestarifamaria@gmail.com
orcid.org/0000-0002-3586-3020
http://www.redalyc.org/autor.oa?id=21475
Universidad del Zulia, Venezuela

Recibido: 30/06/2015 **Aprobado:** 06/05/2016

RESUMEN

El bajo rendimiento académico de los estudiantes que cursan la asignatura Geometría del currículo de pregrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia constituye un grave problema. Estudios anteriores señalan que un factor contribuyente es el conjunto de errores derivados de obstáculos epistemológicos de diversa índole. Por esta razón, el objetivo general de esta investigación fue evaluar el efecto de estrategias metacognitivas para la superación del obstáculo epistemológico del razonamiento común, detectado en estudiantes de nuevo ingreso. La metodología empleada fue de tipo evaluativa, de campo, de fuente viva, transeccional contemporánea y univariable. Las técnicas de recolección de información fueron la encuesta y la entrevista. La población fue de 678 estudiantes inscritos en la asignatura Geometría y la muestra quedó conformada por 39 alumnos. Se concluyó que las estrategias metacognitivas de retrospección, reconstrucción y prospección ayudan a los estudiantes a superar el obstáculo epistemológico estudiado.

Palabras clave: geometría; obstáculo epistemológico; enseñanza de la ingeniería; razonamiento común; teoría de las situaciones didácticas.

***Karina del Carmen Guillen López**. Ingeniero Industrial. Magíster Artium en Matemática Aplicada, Universidad del Zulia. Profesor Asistente, Facultad de Ingeniería, Departamento de Matemáticas, Cátedra Geometría. **Universidad de adscripción**: Universidad del Zulia (LUZ).

****Héctor José Bohórquez**. Ingeniero Civil (LUZ). Magíster en Matemática, Mención Docencia (LUZ). Profesor Titular del Dpto. de Matemática de Ingeniería de la Universidad del Zulia. **Universidad de adscripción**: Universidad del Zulia (LUZ).

*****María Encarnación Pires de Fernández**. Doctora en Ciencias de la Educación, Universidad Rafael Belloso Chacín. Licenciada en Filosofía, Universidad del Zulia. Magíster en Lingüística, Universidad del Zulia. Licenciada en Educación Universidad de Los Andes. Profesora de Inglés, Universidad Nacional del Comahue. Profesora Titular jubilada de la Universidad del Zulia. **Universidad de adscripción**: Universidad del Zulia (LUZ).

A SRATEGY TO OVERCOME THE EPISTEMOLOGICAL OBSTACLE OF COMMON REASONING IN GEOMETRY

ABSTRACT

The low academic achievement of Geometry students at undergraduate level in the Universidad del Zulia is a serious problem. Previous studies indicate that a contributing factor to this is a set of mistakes derived from epistemological obstacles of different kinds. For this reason, the main objective of this research work was to evaluate the effect of metacognitive strategies aimed at overcoming such epistemological obstacle of common reasoning, which was detected in incoming students. The research methodology was that of a field research, of an evaluative kind, from a living source, contemporarily transactional, and univariate in nature. The data collection techniques were the survey and the interview. The research population was of 678 students taking the course of Geometry and the sample resulted in 39 students. It was concluded that metacognitive strategies of retrospection, reconstruction and prospection help students overcome the epistemological obstacle studied.
Key words: geometry; epistemological obstacle; teaching of engineering: common reasoning; theory of didactic situations.

Introducción

De acuerdo con Murillo (2011), los desafíos de la Educación Superior en Venezuela implican la creación de sinergias humanas, organizacionales y culturales que hagan posible el encuentro de la Universidad con la sociedad productiva y los problemas que la envuelven. Por ello, es necesario que los actores del currículo redefinan la manera de abordar los problemas del contexto educativo desde el entendimiento de los procesos de razonamiento del estudiante, para poder atender a su manera de observar su realidad y de analizarla.

En la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia existe una situación preocupante en cuanto al bajo rendimiento académico que genera la repitencia y baja prosecución estudiantil. Esta problemática se presenta con mayor intensidad en las asignaturas Cálculo I, Algebra Lineal, Geometría, Cálculo II, Cálculo III y Cálculo IV, administradas por el Departamento de Matemática. Este hecho se evidencia a través de registros sobre el desempeño de los estudiantes, proporcionados por el Universidad del Zulia, Centro de Computación (2012), en el que se observa que desde el segundo período de 2009 hasta el primero de 2011, en promedio, el 58,7% de los estudiantes que cursaron las referidas asignaturas resultaron reprobados o desertaron. En particular, en Geometría, ese porcentaje se eleva a un 69%.

Los docentes a cargo de la asignatura Geometría, perciben con preocupación las dificultades cada vez mayores que tienen los estudiantes para alcanzar estructuras de pensamiento que les permitan relacionar nuevos conocimientos con los previos, de modo que la nueva información que reciben contribuya a la estabilidad de la estructura conceptual preexistente, lo cual en términos de Ausubel (1976, citado por Díaz y Hernández, 2001) genera aprendizaje significativo en oposición a aquel de carácter mecánico o memorístico. Sin embargo, el problema no solo radica en la baja competencia para integrar saberes sino también en la calidad y pertinencia de los saberes previos. Además, la experiencia docente de los profesores de la cátedra de Geometría, refiere que se observa en los estudiantes una tendencia a intentar apropiarse de los saberes geométricos de manera memorística o, a lo sumo, algorítmica, probablemente en un intento por reproducir las estrategias que en el pasado les dieron algún resultado para obtener notas aprobatorias.

El problema que surge del uso de la memorización y la actitud mecanicista que lo acompaña radica en que infringe la naturaleza misma de la Geometría, la cual es formal y requiere del razonamiento y la actitud crítica por parte del estudiante. En efecto, esta disciplina se apoya en procesos de formalización con niveles de rigor, abstracción y generalización que se han venido desarrollando por más de dos mil años (López y García, 2008).

Geometría es una de las asignaturas en las que los estudiantes de ingeniería exhiben mayores dificultades, debido a la exigencia que supone en términos del razonamiento matemático requerido para abordarla. En este respecto, Bohórquez (2002) identificó un total de siete obstáculos epistemológicos relacionados con su aprendizaje, siendo el del razonamiento común uno de los que generó mayores dificultades y errores en los estudiantes.

Se requiere por tanto evaluar la implementación de una estrategia conducente a la reflexión crítica sobre la propia forma de pensar que fomente a la concienciación del estudiantado sobre la presencia del obstáculo y la forma de superarlo. Será así posible intervenir de manera positiva en el desempeño de los estudiantes, contribuir al aumento de la prosecución y disminuir el bajo rendimiento en esta asignatura. Por ello, el objetivo de esta investigación fue diseñar y evaluar estrategias para la superación del obstáculo epistemológico del razonamiento común en estudiantes quienes se encontraban cursando Geometría en el primer período de 2013 en la Facultad de ingeniería de la Universidad del Zulia, Venezuela.

Marco teórico

La noción de obstáculo epistemológico según Bachelard

El concepto de obstáculo fue introducido por primera vez en 1938 por el filósofo francés Gastón Bachelard, en su libro titulado *La Formación del Espíritu Científico*, en el contexto de la ciencia en general y la física en particular.

La noción de obstáculo epistemológico tiene el objeto de explicar los problemas relacionados con el avance de la ciencia y la aparición de errores. Así, dicho concepto no se refiere a las dificultades derivadas de la ausencia de conocimiento, sino a aquellas directamente vinculadas con las formas de considerar el conocimiento o con los conocimientos mismos. Además, señala que el conocimiento científico no se desarrolla en un proceso continuo ni lineal, sino que resulta del rechazo de formas previas de conocimiento que se constituyen en obstáculos epistemológicos.

Villamil (2008) afirma que el conocimiento científico evolucionará a través de la superación de los obstáculos epistemológicos; no solo de tipo externo, sino también los que se originan en el acto de conocer y que causan retraso en el conocimiento e incluso su paralización. De lo expuesto por Bachelard (2000), se desprende que los rasgos distintivos de todo obstáculo epistemológico asociado al problema del conocimiento científico son: estar vinculados al acto mismo de conocer, manifestarse por una necesidad de resolver un problema funcional, causar confusión y producir un estancamiento en el avance de la ciencia.

Teoría de las situaciones didácticas de Brousseau y los obstáculos epistemológicos

Brousseau (1997) desarrolló la teoría de las situaciones didácticas (TSD) centrada en el área de la Matemática, y enmarcada en lo que se conoce como la escuela francesa en la Educación Matemática. La teoría postula que las personas aprenden a medida que construyen un concepto y lo integran a su estructura cognitiva, a través de un proceso de asimilación y acomodación dentro de un medio en el cual el proceso de construcción del conocimiento está lleno de dificultades, contradicciones y desequilibrios.

La noción de obstáculo epistemológico, formulada por primera vez en el contexto de la epistemología de las ciencias experimentales por Bachelard (1938), fue retomada por Brousseau a partir de 1976 y redefinida en el marco de la teoría de las situaciones didácticas. Así, de acuerdo con Brousseau (1997), la constitución de significado de un concepto implica una interacción constante entre el estudiante y las situaciones problemáticas; se trata, en efecto, de una interacción dialéctica en la cual compromete sus conocimientos previos, los pone a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar nuevas concepciones.

Bajo estas condiciones, el interés didáctico de un problema dependerá esencialmente de aquello con lo cual el alumno se comprometa, ponga a prueba e invierta, así como de la importancia que él asigne a los rechazos que pudiese experimentar y a los cuales será conducido a hacer, de las consecuencias previsibles de tales rechazos, de qué tan a menudo se arriesgue a cometer estos errores rechazados y de su grado de importancia. Así, el interés didáctico para solventar el obstáculo estará centrado en problemas que permitan su superación.

Dentro de este contexto, el estudiante probablemente cometerá errores, pero tales errores, señala Brousseau (1997), no deben interpretarse como el producto de la ignorancia, la incertidumbre o del azar, como lo plantean las teorías empiristas o conductistas, sino como efecto de un conocimiento anterior, que habiendo sido interesante y exitoso, en un momento dado se revela falso o simplemente inadaptado. Están ligados íntimamente a la manera de conocer, a concepciones que aunque no sean correctas, al menos son de alguna forma coherentes y están conectadas a conocimientos anteriores que han tenido éxito en ciertos dominios y cuya expansión a otros contextos es frecuentemente una fuente de error; están asociadas, pues, a un obstáculo. De esta manera, un obstáculo se manifiesta a través de errores persistentes y reproducibles; resiste el rechazo e intenta adaptarse localmente, se modifica al menor costo, se optima en un campo reducido mediante un proceso bien conocido de acomodación, pudiendo incluso manifestarse mucho tiempo después de que el sujeto haya rechazado el modelo defectuoso de su sistema cognitivo consciente.

La presencia de un obstáculo epistemológico en los estudiantes es independiente de la teoría de aprendizaje que el docente maneje para orientar la clase. En efecto, tanto los escenarios de enseñanza y aprendizaje, facilitados por docentes quienes orientan su acción didáctica según las teorías conductista, cognitivista o constructivista y no exclusivamente conforme a la TSD (Brousseau, 1997) pueden requerir atender a la presencia de obstáculos epistemológicos en sus estudiantes. El valor intrínseco de la TSD está en haber hecho aflorar la presencia del obstáculo epistemológico como fenómeno a ser tomado en cuenta en el aprendizaje de la matemática.

Superación de un obstáculo

Brousseau (1997) indica que la superación de un obstáculo amerita interacciones repetidas, reflexivas y dialécticas entre el alumno y el objeto de conocimiento. Por ello, el diseño de la propuesta de la situación para superarlo debe permitir y motivar la confrontación y la síntesis entre el *a priori* y el *a posteriori*; el conocimiento y la acción, lo individual y lo grupal, el estudiante y sus pares, el profesor y el alumno, el profesor y la clase, entre todos ellos.

Además, la superación de un obstáculo implica el diseño de acciones que precisen una situación didáctica susceptible de evolucionar y de hacer evolucionar al estudiante, mediante un proceso dialéctico que confronte sus concepciones para llegar a la síntesis que le permita generar su nuevo conocimiento. De modo que el docente debe plantearle al estudiante una situación que sea fuente de aprendizaje y le permita interactuar con el saber, es decir, que pueda formular, probar y construir modelos, lenguajes y conceptos. Por lo tanto, se considera que el aprendiz se ha apropiado del conocimiento, cuando es capaz de utilizarlo fuera del contexto de enseñanza, y en momentos donde no exista una guía intencional.

Brian y Chevalier (1996, citado por Ruiz, 2001) afirman que una variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el docente y que afecta las estrategias de solución aplicadas por el estudiante. Entonces, es relevante que en el diseño de una determinada situación se identifiquen las variables didácticas que serán controladas y se establezca una gestión en base a ellas, ya que estas condicionan y organizan los aprendizajes de los estudiantes.

Según Brousseau (1997), a la luz de la teoría de las situaciones didácticas, es importante realizar diseños que, partiendo de los conocimientos que tienen los alumnos, los inviten a interactuar con sus pares y con su profesor, en un medio regido por las reglas implícitas del contrato didáctico, en torno a un saber específico, cuya recreación y apropiación requiera de una dialéctica entre el estudiante y el objeto de su conocimiento. La elección y gestión de las variables didácticas juega un papel fundamental en el diseño de la situación didáctica. Este trabajo está a cargo del profesor o del investigador, al igual que la identificación de los obstáculos propios del conocimiento puesto en juego, y la aceptación por parte de cada estudiante de la responsabilidad de su propio aprendizaje.

Obstáculo del razonamiento común

Bohórquez (2002) expresa de manera sintética la naturaleza de este obstáculo con la frase: “El razonamiento común es válido en matemática”. Advierte que desafortunadamente, en muchos casos, el razonamiento en Matemática es contrario a la forma de razonar de las personas en situaciones cotidianas, todo lo cual lo lleva a cometer errores que se manifiestan de dos formas equivalentes desde el punto de vista lógico:

- ✓ Considerar válido el recíproco de una implicación únicamente sobre la base de la validez de su forma directa, es decir, deducir la veracidad del antecedente con base en la validez del consecuente, lo cual se resume en la siguiente forma no válida de razonamiento:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \underline{q} \\ \therefore p \end{array}$$

- ✓ Considerar válido el contrario de una implicación únicamente sobre la base de la validez de su forma directa, esto es, deducir la negación del consecuente con base en la negación del antecedente. Esta situación se resume en la siguiente forma no válida de razonamiento:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim p \\ \hline \therefore \sim q \end{array}$$

A manera de ilustración para el primer caso, Bohórquez (2002) presenta un caso particular en el cual cuando en un ejercicio se le da al estudiante como hipótesis la siguiente afirmación: "Dos ángulos son suplementarios", y a continuación el estudiante tiende a dibujarlos como adyacentes. El autor afirma que es posible suponer que el pensamiento erróneo que lo llevó a realizar un dibujo incorrecto puede verbalizarse en los siguientes términos: "Como los ángulos son suplementarios, entonces son adyacentes", que es una implicación falsa, recíproco del teorema "si dos ángulos son adyacentes entonces son suplementarios", lo cual muestra que, desde la perspectiva del estudiante, el recíproco del teorema es tan válido como el directo, pensamiento que a su vez lo lleva a equiparar erróneamente los términos "adyacentes" y "suplementarios".

El autor analiza otro caso de razonamiento estudiantil erróneo para explicar la segunda forma no válida de razonamiento, que se manifiesta cuando se considera válido el contrario de una implicación. Así que en aquellos casos en los cuales el estudiante argumenta lo siguiente: "Si un punto no es punto medio de un segmento, entonces no equidista de sus extremos", equivaldría a afirmar que si un punto equidista de los extremos de un segmento entonces tal punto es necesariamente su punto medio, lo cual no es correcto dado que excluye al resto de los puntos de la mediatriz de dicho segmento.

Los estudiantes cuando solo conocen una posibilidad para que ocurra el consecuente de una implicación, automáticamente suponen de manera errónea que es la única y transforman al *si* condicional en un bicondicional de la forma *si y solo si,* haciendo válida la implicación en ambos sentidos, aun cuando no sea correcto hacerlo. Naturalmente, llevar esa forma de razonar al contexto de la matemática origina problemas y conflictos que el estudiante no alcanza a entender ni puede explicar el porqué el profesor señala que su razonamiento es incorrecto (Bohórquez, 2002). De allí que, la implementación de la estrategia metacognitiva sea importante para la toma de conciencia sobre su forma de razonar.

Metacognición y estrategias metacognitivas

Flavell (1976) afirma que la metacognición se refiere tanto al conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos y productos cognitivos, como a la supervisión, regulación y organización de estos procesos. Tan (2003) la define de manera similar pero añade que la toma de conciencia sobre el pensamiento involucra necesariamente una acción para mejorarlo. De estas definiciones se deriva que el término metacognición alude no solo a la toma de conciencia de la forma propia de conocer, sino también de evaluar la calidad del razonamiento y actuar en consecuencia.

Las estrategias metacognitivas apoyan los procesos cognitivos desde una dimensión especial: la conciencia del propio proceso cognitivo y su autorregulación (Montenegro, 2005). Otero (1990) complementa esta idea señalando que las destrezas metacognitivas son relevantes principalmente en el aprendizaje de las ciencias, ya que los procesos cognitivos basados en el uso del conocimiento previo pueden verse afectados por la interferencia de las concepciones erróneas del que aprende o por la carencia de esquemas pertinentes para interpretar y acoplar la nueva información.

Estas ideas apoyan plenamente lo señalado al principio, en el sentido de que la naturaleza de los obstáculos, caracterizada precisamente por concepciones erróneas o inadecuadas en torno a ciertos conceptos, requiere del uso de estrategias metacognitivas que ayuden a superarlos.

A fin de precisar su adecuación a los efectos de la superación del obstáculo del razonamiento común, se analizaron las estrategias propuestas por distintos autores, a saber: Campanario y Otero (2000), Osses y Jaramillo (2008), Tan (2003), Dixon-Krauss (1996), Slavin (2002), Byrnes (2007), Montenegro (2005).

De todas las estrategias sugeridas por los autores se encontró que las señaladas por Tan (2003) referida al autocuestionamiento, y en particular por Montenegro (2005) son las que mejor se adaptan al lineamiento teórico. Este último autor propone que en la práctica pedagógica el docente puede orientar a sus estudiantes para que desarrollen su metacognición, implementando tres estrategias: retrospección, reconstrucción y prospección, descritas a continuación:

- ✓ Retrospección: es una especie de barrido hacia atrás para traer a la memoria los principales estados del proceso cognitivo recorrido.
- ✓ Reconstrucción: consiste en un balance o resumen del estado cognitivo actual, es decir, del conocimiento alcanzado, valorando qué se conoce y qué tan bien se conoce.
- ✓ Prospección: es una proyección que se hace desde el presente, una especie de barrido hacia adelante, creando en la memoria marcas de los estados posibles que pueden llegar a ocurrir a través del proceso cognitivo por recorrer.

Estrategias que se han aplicado para superar obstáculos epistemológicos en otras áreas del conocimiento

Se analizaron las siguientes investigaciones: *Humanities Students and Epistemological Obstacles related to Limits* (Estudiantes de Humanidades y Obstáculos Epistemológicos relacionados con los Límites) realizada por Sierpinska (1987), Obstáculos Epistemológicos que afectan el proceso de construcción de conceptos del área de ciencias en niños de edad escolar realizada por Mora (2002), Estrategia didáctica para superar obstáculos epistemológicos y pedagógicos en la enseñanza de la geografía realizada por Araya (2006), Los obstáculos epistemológicos de Bachelard y la enseñanza de la Química en Ciencias Agropecuarias publicada por Benito, Romero, Minchiotti, Vargas y Madoery (2010), y *A didactical situation for the enhancement of meta-analogical awareness* (Una situación didáctica para el mejoramiento de la conciencia meta-analógica) realizada por Modestou y Gagatsis (2013).

Con base en estas investigaciones se estableció un conjunto de características de interés para el diseño de la estrategia, a saber: nombre del estudio, autor/autores, lugar, fecha de realización, nivel académico del estudio, área, obstáculos epistemológicos detectados, estrategia propuesta, número de estudiantes, edad de los estudiantes, contenido, fundamento teórico, número de sesiones, tiempo de cada sesión y obstáculos superados. Dichas características fueron tomadas para la elaboración de una matriz de análisis, en la cual se realizó una comparación entre las características de cada estudio y las pautas indicadas en la teoría de las situaciones didácticas, según Brousseau (1997).

Así, los estudios efectuados por otros investigadores sobre las estrategias para la superación de obstáculos epistemológicos en las diferentes áreas del conocimiento y la TSD de Brousseau aportaron las pautas necesarias para el diseño de la estrategia. Seguidamente, con el propósito de definir las características correspondientes a la aplicación de la estrategia a diseñar, se vinculó dicha comparación con las características del obstáculo del razonamiento común, es decir, se relacionaron las experiencias surgidas de las otras investigaciones, la teoría y el obstáculo objeto de estudio. El diseño de las estrategias se basó por tanto en dos fuentes de información, a saber:

- Las pautas dictadas por la TSD (Brousseau, 1997) para la superación de obstáculos epistemológicos.

- Las experiencias reportadas en otras investigaciones en torno al diseño y aplicación de estrategias para la superación de obstáculos. Esta fuente proporcionó información para los aspectos de diseño referidos a la naturaleza de la estrategia y aspectos operativos como el número de estudiantes y de sesiones, y la duración de cada sesión, entre otros.

Las pautas ofrecidas por la TSD (Brousseau, 1997) para la superación de obstáculos epistemológicos, fueron:

- Un flujo de situaciones nuevas suficientes como para ocasionar la desestabilización del obstáculo y lo vuelvan ineficaz, inútil y falso.

- Un trabajo equivalente a la aplicación de un conocimiento, como es el caso de las interacciones repetidas entre el estudiante y su entorno.

- Una confrontación entre el estudiante y sus concepciones, a través de situaciones numerosas e importantes para él, y con condiciones informativas diferentes para que sea necesario un salto de información cualitativo.

- Una situación en la cual el conocimiento que se desea enseñar sea el único satisfactorio y óptimo, involucrando al estudiante en el proceso de su descubrimiento.

- Una reestructuración de los modelos de acción, lenguaje y sistema de pruebas por parte del estudiante.

Los estudios analizados plantearon el mismo objetivo, esto es, proponer estrategias para la superación de obstáculos epistemológicos. Como primer paso todos ellos procedieron a la identificación de obstáculos epistemológicos. De acuerdo con los resultados obtenidos, y a la luz del referente teórico, diseñaron la propuesta. De las 5 investigaciones, 3 de ellas diseñaron la estrategia y la aplicaron a un grupo de estudiantes. Los resultados obtenidos de su aplicación fueron diversos. En efecto, en el estudio realizado por Araya (2006) se superó el obstáculo estudiado al igual que en el de Modestou y Gagatsis (2013), mientras que en el de Sierpinska (1987) los obstáculos no fueron superados completamente. Los otros dos estudios solo recomendaron lo que se debería aplicar para la superación de los obstáculos identificados pero no lo implementaron.

Metodología

La presente investigación fue de tipo evaluativa, según los principios de la metodología holística propuesta por Hurtado (2012), ya que midió la efectividad de la estrategia para la superación del obstáculo epistemológico del razonamiento común en una población de estudiantes de ingeniería cursantes de la asignatura Geometría.

Se utilizó un diseño de campo, de fuente viva, transeccional, contemporáneo y univariable. Asimismo, tomando en cuenta la intervención y control que ejerce el investigador, se definió como investigación de diseño experimental pues se manipuló la variable de estudio. Se aplicaron los diseños controlados aleatoriamente con una variable independiente, según Hurtado (2012), a dos grupos, uno experimental y otro de control y luego se aplicaron condiciones diferentes a las de la variable independiente. La secuencia de mediciones se realizó antes y después de la intervención.

La población estuvo conformada por 678 estudiantes de nuevo ingreso de la Facultad de Ingeniería de LUZ quienes cursaban la asignatura Geometría durante el 1er semestre de 2013. Esta estuvo conformada por estudiantes de género femenino y masculino, con edades comprendidas entre 17 y 25 años, distribuidos en 15 secciones asignadas a 9 docentes adscritos a la cátedra de Geometría.

La muestra de 39 estudiantes para cada grupo fue conformada por muestreo de tipo probabilístico y para seleccionar a cada uno de los integrantes se utilizó la técnica de muestreo probabilístico denominada azar simple (Hurtado, 2012). Los integrantes de la muestra del grupo experimental y grupo control fueron elegidos de forma aleatoria mediante el uso de la función de generación de números aleatorios del paquete *Microsoft Excel*. La fórmula para calcular el tamaño de la muestra cuando la técnica de muestreo seleccionada es azar simple, depende de si la población es conocida o desconocida (Parra, 2006, citado por Hurtado, 2012); en este caso era conocida, de modo que se aplicó la siguiente fórmula:

Ecuación 1
Fórmula para obtener el tamaño de la muestra

$$n=\frac{Z^2 * S^2 * N}{e^2 * (N-1)+Z^2 * S^2};\text{donde}$$

n= Tamaño de la muestra.

N= Tamaño de la población.

Z^2= Valor de la distribución normal para cierto nivel de confianza. Se tomará Z=1,28 para una confianza de 90%.

S^2= Varianza estimada del evento de estudio. En este caso como el evento se codifica de manera dicotómica (presencia-ausencia) la varianza es p*q, se tomará a p=0,5 (caso más desfavorable) por desconocerse a priori la probabilidad de ocurrencia del fenómeno.

e^2= Error máximo admisible para la estimación. Se trabajó con un error del 10%.

$$n=\frac{Z^2 * S^2 * N}{e^2 (N-1)+Z^2 * S^2}=\frac{1{,}28^2 * (50 * 50) * 678}{10^2 * (678-1)+1{,}28^2 * (50 * 50)}=\frac{2777088}{71796}=38{,}68\approx 39 \text{ personas}$$

Así, la asignación de las unidades de la muestra al grupo experimental y grupo control fue de 39 para cada uno.

En cuanto a las técnicas para la recolección de información, se emplearon la encuesta y la entrevista. Primero se implementó la encuesta para obtener información acerca de los indicadores en la operacionalización de la variable, mediante la formulación de una serie de preguntas. Luego, se efectuó la entrevista para corroborar la información proporcionada en la encuesta, particularmente en aquellos casos en los que no se observó con certeza la presencia o la ausencia del obstáculo epistemológico. Se empleó la entrevista personal e inestructurada focalizada, y una guía de entrevista específica para cada caso sobre la cual se centró el interrogatorio. Además, se empleó la técnica edumétrica para la interpretación de los datos, puesto que se obtuvo información acerca del conocimiento de un grupo de personas durante un proceso educativo (Hurtado, 2012). Los instrumentos para la recolección de información fueron el cuestionario; el cual se presenta en el Cuadro 1; y la guía de entrevista, correspondientes a las técnicas de encuesta y entrevista respectivamente.

Para el análisis de los datos se adoptó la escala nominal, ya que se asignaron dos categorías a las unidades de estudio según sus características, para indicar si la variable estaba presente o ausente. A tal fin, se identificaron en la población los estudiantes que presentaban el obstáculo del razonamiento común, para conformar aleatoriamente el grupo experimental y el grupo control. Para evaluar el obstáculo, se establecieron 16 ítems de respuesta dicotómica, de los cuales 6 fueron medidores y 10 distractores. Los resultados del cuestionario evidenciaron que todos los 78 estudiantes que conformaron la muestra del grupo experimental y del grupo control evidenciaron la presencia del obstáculo; 36 lo demostraron en ambos indicadores y 3 en uno solo tanto en un grupo como en el otro.

En las Tablas 1 y 2 se muestran los resultados para 5 estudiantes del grupo experimental y 5 del grupo control, en ellas se presentan los indicadores que midieron su presencia en los dos grupos. No se registraron los ítems distractores del cuestionario, ya que no aportaban ninguna información para la cuantificación de los obstáculos en la muestra. La valoración se muestra en cada fila, en las que se precisa el valor respectivo para cada ítem e indicador y se determina si las respuestas son indicadores de la presencia del obstáculo o no. A continuación, se describen los indicadores del obstáculo:

- Indicador 1: Validar sin justificación el recíproco de una implicación.
- Indicador 2: Validar sin justificación el contrario de una implicación.

Tabla 1
Parte de los resultados del cuestionario en el grupo experimental

ESTUDIANTE Nº	Indicador 1				Indicador 2				Valoración obstáculo
	Valoración ítems			Valoración indicador	Valoración ítems			Valoración indicador	
	1A	3A	4C		1C	3C	4B		
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	0	1	1	1	0	1	1	1
5	1	1	0	1	1	0	1	1	1

Tabla 2
Parte de los resultados del cuestionario en el grupo control

ESTUDIANTE Nº	Indicador 1				Indicador 2				Valoración obstáculo
	Valoración ítems			Valoración indicador	Valoración ítems			Valoración indicador	
	1A	3A	4C		1C	3C	4B		
1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	0	1	1	1	1
3	0	1	1	1	0	1	1	1	1
4	1	1	1	1	0	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Luego se realizó la intervención mediante la aplicación de la estrategia y a continuación se identificaron en el grupo experimental aquellos estudiantes que presentaban el obstáculo objeto de estudio. Se hizo lo propio con respecto al grupo control. El estudio buscó medir la diferencia entre el grupo experimental y el grupo control.

Además, la investigación también buscaba medir la diferencia entre el grupo experimental antes y después de la intervención, es decir, comparar un mismo grupo para confirmar si la intervención producía algún efecto estadísticamente significativo. Para ello, se aplicó la prueba McNemar para dos grupos relacionados en nivel nominal (Hurtado, 2012).

Procedimiento

Diseño de la estrategia para superar el obstáculo del razonamiento común

Debido a la naturaleza del obstáculo y por el hecho de que para su superación los estudiantes deben reflexionar acerca de sus errores, tratando de ubicar la fuente común que los genera (el obstáculo), los procesos a desarrollar por ellos con el fin de superarlo son de carácter metacognitivo y las estrategias a emplear son por tanto metacognitivas, las cuales se caracterizan por la toma de conciencia de los procesos cognitivos y de las diferentes estrategias necesarias para darle respuesta a un problema.

Las estrategias metacognitivas relacionadas esencialmente con la solución de problemas (Campanario y Otero, 2000; Osses y Jaramillo, 2008; Dixon-Krauss, 1996; Slavin, 2002; Byrnes, 2007) no resultaron útiles en este caso pues no se adecuaban al propósito de esta investigación, que no era la solución de problemas, sino la reflexión en torno a la o las causas subyacentes a cierto tipo de errores, aquellos provenientes de concepciones erradas o en todo caso inadecuadas dentro de un cierto contexto. Por su parte, sí lo fue la de Tan (2003) referida al autocuestionamiento, ya que implica que el docente motive a los estudiantes en la aplicación de los procesos metacognitivos, a través de una serie de preguntas que guían el desarrollo de una actividad, lo cual resulta apropiado para grupos relativamente grandes como el conformado por la muestra.

Asimismo, las estrategias señaladas por Montenegro (2005), como antes se señaló, se adaptan al lineamiento teórico y son compatibles con las pautas que señala la TSD (Brousseau, 1997). En la superación del obstáculo del razonamiento común la metacognición es importante para que el estudiante tome conciencia ante una situación desestabilizadora desde el punto de vista conceptual; por lo tanto, el diseño se basó en las estrategias metacognitivas de retrospección, reconstrucción y prospección, puesto que permitiría que los estudiantes reflexionaran acerca de lo que conocían y no conocían sobre sus procesos cognitivos mediante la orientación del docente, lo cual conllevaría eventualmente a la desestabilización de los obstáculos al confrontar directamente sus concepciones con la realidad.

El objetivo de la estrategia fue producir la desestabilización del obstáculo mediante una confrontación con este, utilizando ejercicios que generaran desconcierto a los estudiantes. Para ello, se planteó una estrategia organizada en diferentes fases que involucraban una serie de ejercicios elaborados en función de las características del obstáculo. Se guió a los estudiantes a un proceso de metacognición, mediante la implementación de las siguientes estrategias metacognitivas: retrospección, reconstrucción y prospección propuestas por Montenegro (2005); en conjunto, con la estrategia denominada autocuestionamiento planteada por Tan (2003), que permitió orientar el desarrollo de las actividades motivando a los estudiantes mediante una serie de preguntas.

Se establecieron 5 fases de implementación de la estrategia, para ser aplicadas en dos sesiones de 3 horas académicas cada una. A continuación, se enuncian cada una de las fases y se describe el proceso de implementación de las estrategias metacognitivas:

Fase I: Planteamiento de los ejercicios y selección de la opción que se considere pertinente

Resolución de dos grupos de ejercicios basados en situaciones cotidianas, por una parte, y en situaciones geométricas en torno a figuras conocidas, por la otra. En general, consiste en una serie de proposiciones redactadas con base en las formas válidas y no válidas de razonamiento, para que los estudiantes razonen en torno a ellas, utilizando la estrategia metacognitiva de retrospección. En cada caso, se selecciona la opción que la mayoría considere pertinente.

Fase II: Análisis de las opciones seleccionadas

Análisis en colectivo de las opciones seleccionadas en cada uno de los ejercicios, y establecimiento de la estructura lógica que subyace a cada enunciado. Se inicia por aquellos ítems que la mayoría de los participantes hayan contestado correctamente y posteriormente, se analizan los ítems en los que las respuestas hayan sido mayoritariamente incorrectas. Los estudiantes utilizarán las estrategias metacognitivas de retrospección y de reconstrucción.

Fase III: Establecer el origen de la falta de pertinencia de las opciones seleccionadas

Búsqueda de la razón subyacente que pueda explicar el que en unos casos los estudiantes hayan dado respuestas correctas y en otros no. Se orienta la discusión a tratar de encontrar la diferencia en el contexto de los enunciados en unos y otros casos, pero no una diferencia puntual o particular, sino un rasgo distintivo común o general no particular, utilizando la estrategia metacognitiva de reconstrucción.

Fase IV: Consolidación de la estrategia

Reforzamiento de lo discutido sobre el razonamiento común, mediante el planteamiento de una serie de ejercicios geométricos abstractos, en los cuales se deberá seleccionar la opción que se considere pertinente, utilizando la estrategia metacognitiva de reconstrucción.

Fase V: Reflexión prospectiva

Reflexión sobre las implicaciones que pudiera tener el razonamiento común en otras ramas de la Matemática, en la ingeniería en general y en la vida diaria, utilizando la estrategia metacognitiva de prospección.

En el Cuadro 1 que se presenta a continuación, se muestra la estructura de la estrategia para superar el obstáculo del razonamiento común:

Cuadro 1
Estructura de la estrategia para superar el obstáculo del razonamiento común

FASES	ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO ESTIMADO
I Planteamiento de los ejercicios y selección de la opción que considere pertinente	Retrospección	Resolución de dos grupos de ejercicios basados en situaciones cotidianas y geométricas en torno a figuras conocidas, que consistieron en una serie de proposiciones redactadas con base en las formas válidas y no válidas de razonamiento, en torno a las cuales razonaron los estudiantes. En cada caso se seleccionó la opción que la mayoría consideró pertinente. **Pregunta orientadora** ¿Cómo ha razonado cada uno de ustedes en Matemática hasta ahora?	Cuestionario	20 min
II Análisis de las opciones seleccionadas	Retrospección y reconstrucción	Análisis en colectivo de las opciones seleccionadas en cada uno de los ejercicios, y establecimiento de la estructura lógica que subyace a cada enunciado. Se inició por aquellos	Pizarra, marcadores y borrador	80 min

FASES	ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO ESTIMADO
		ítems que en su mayoría los participantes habían contestado correctamente, y posteriormente se analizaron los ítems en los que las respuestas fueron mayoritariamente incorrectas. **Preguntas orientadoras** ¿Cuál es la estructura lógica de las proposiciones? ¿Es la misma estructura lógica en todos los casos? ¿La estructura lógica de los ejercicios cuyas respuestas fueron correctas es igual o diferente a la de aquellos cuyas respuestas fueron incorrectas? ¿El validar el recíproco o el contrario a partir del directo equivale a un razonamiento válido o no válido?		
III Establecimiento del origen de la falta de pertinencia de las opciones seleccionadas	Reconstrucción	Búsqueda de la razón subyacente que pueda explicar el hecho de que en unos casos hayan dado respuestas correctas y en otros no. Se orientó la discusión a tratar de encontrar la diferencia en el contexto de los enunciados en unos y otros casos, pero no una diferencia puntual o particular, sino un rasgo distintivo común o general no particular. **Preguntas orientadoras** Siendo que la estructura lógica fue considerada la misma en todos los casos: ¿Por qué en unos casos se valida el recíproco o el contrario sin justificación alguna, mientras que en otros no? ¿Qué diferencia puede observar en unos y otros casos? ¿Justifica esa diferencia la validación del recíproco o del contrario?	Pizarra, marcadores y borrador	50 min
IV Consolidación de la estrategia	Reconstrucción	Reforzamiento de lo discutido sobre el razonamiento común, mediante el planteamiento de una serie de ejercicios geométricos abstractos, en los cuales se debe seleccionar la opción que se considere pertinente. **Pregunta orientadora** ¿Se debe hacer uso del razonamiento lógico solo dentro de contextos conocidos o puede también emplearse	Reproductor multimedia	30 min

FASES	ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO ESTIMADO
		en contextos desconocidos?		
V Reflexión prospectiva	Prospección	Reflexión sobre las implicaciones que pudiera tener el razonamiento común en otras ramas de la Matemática, en la ingeniería en general y en la vida diaria. **Preguntas orientadoras** ¿Cómo debería razonar cada uno de ustedes en la vida diaria? ¿Se puede convivir con ambas formas de razonar o hay que descartar por completo el razonamiento común? ¿Cuáles otras áreas de estudio podrían verse afectadas por el razonamiento común? ¿Hasta qué punto puede afectar la vida profesional de cada uno?	-	40 min

Fase especial: prospección general

Reflexión acerca de cuáles otras concepciones pudieran tener los estudiantes que los pudieran llevar a cometer errores en Geometría, en Matemática o en cualquier otra disciplina de estudio de la ingeniería, utilizando la estrategia metacognitiva de prospección y con el propósito de dejar claro que el problema no se agota con el razonamiento, sino que es apenas una de sus aristas. En el Cuadro 2 que se presenta a continuación, se muestra la estructura de la fase especial de la estrategia para superar el obstáculo del razonamiento común:

Cuadro 2
Fase especial de la estrategia para superar el obstáculo del razonamiento común

ESTRATEGIA METACOGNITIVA	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO ESTIMADO
Prospección	Reflexión acerca de cuáles otras concepciones pudieran tener los estudiantes que los llevarían a cometer errores en Geometría, en Matemática o en cualquier otra disciplina de estudio de la ingeniería, con el propósito de dejar claro que el problema no se agota con el razonamiento, que es apenas una de sus	Pizarra, marcadores y borrador	30 min

aristas.
Preguntas orientadoras
¿Existirán otros obstáculos para el aprendizaje de la Geometría?
¿Existirán obstáculos en otras áreas del conocimiento?
¿Qué otras concepciones erróneas puede tener cada uno de ustedes?
¿Existirán otras concepciones, con otras características, que también puedan constituir un obstáculo epistemológico?

Aplicación de la estrategia para superar el obstáculo del razonamiento común

La estrategia para superar este obstáculo fue aplicada al grupo experimental y se llevó a cabo en dos sesiones, la primera de 150 minutos y la segunda de 100 minutos. Se cubrieron sus cinco fases, más una fase especial denominada prospección general. El docente comenzó la actividad con una introducción, en la cual explicó de manera general lo que se iba a realizar. Luego, con base en la siguiente pregunta orientadora: ¿Cómo ha razonado cada uno de ustedes en Matemática hasta ahora? Cada estudiante respondió un cuestionario en el cual se le presentaban dos grupos de ejercicios: el primero basado en situaciones cotidianas y el segundo relacionado con contenidos geométricos en torno a figuras conocidas por ellos.

En general, los ejercicios consistían en una serie de proposiciones redactadas con base en las formas válidas y no válidas de razonamiento, para que los estudiantes razonaran en torno a ellas. En cada caso se seleccionó la opción que la mayoría consideró pertinente. Así, se obtuvo que en aquellos casos en los que los estudiantes no poseían información sobre otras posibilidades que llevasen al mismo consecuente, validaron sin justificación el recíproco de una implicación y lo mismo hicieron con el contrario. A diferencia de ello, en aquellos casos en los que conocían de antemano otras posibilidades para llegar al mismo consecuente, razonaron en forma válida. Las respuestas dadas por la mayoría de los estudiantes resultaron compatibles con la presencia del obstáculo del razonamiento común. Esta fase se cumplió en aproximadamente 20 minutos.

A manera de ejemplo, el enunciado del ejercicio (c) del grupo de ejercicios 1 planteaba el siguiente silogismo para que los estudiantes decidieran si era válido el razonamiento. *Premisa 1: Si Carmen viene, entonces vamos al cine; Premisa 2: No vino Carmen; Conclusión: no fuimos al cine.* Todos los estudiantes contestaron, erradamente, que era válido el razonamiento. Sus respuestas estaban basadas, clara e injustificadamente, en el contrario de la implicación tomando como base el directo, que es una forma no válida de razonamiento, señal de la presencia del obstáculo.

Seguidamente, se dio inicio a la segunda fase; como preámbulo, el profesor realizó un breve repaso de lógica, haciendo énfasis en las formas válidas y no válidas de razonamiento, y destacando el hecho de que únicamente se puede hacer uso de una implicación cuando se sepa, sin ningún tipo de duda, que es verdadera. Posteriormente, el docente y los estudiantes, analizaron conjuntamente las opciones seleccionadas en cada uno de los ejercicios, mediante la descripción de la estructura lógica que subyacía a cada enunciado, a través de las siguientes preguntas ¿Cuál es la estructura lógica de las proposiciones? ¿Es la misma estructura lógica en todos los casos? ¿La estructura lógica de los ejercicios cuyas respuestas fueron correctas es diferente o igual a las de aquellos cuyas respuestas fueron incorrectas?, y ¿validar el recíproco o el contrario a partir del directo equivale a un razonamiento válido o no válido?

Se partió de aquellos ítems que en su mayoría los participantes contestaron correctamente, y posteriormente se analizaron los ítems en los que las respuestas fueron mayoritariamente incorrectas. Se realizó este análisis en todos los ejercicios, destacando el hecho de que el razonamiento debe basarse estrictamente en el enunciado y nunca en presunciones. Luego de revisar nuevamente todas las respuestas, los estudiantes lograron determinar cuáles estaban ajustadas a las reglas de la lógica y cuáles no e identificar de esa manera los errores cometidos. El resultado esperado en esta fase fue que los estudiantes tomaran conciencia de que la estructura lógica era la misma tanto en los ejercicios que contestaron correctamente como en los que lo hicieron incorrectamente. A esta fase se le dedicó aproximadamente 80 minutos.

La tercera fase consistió en la búsqueda de la razón que justificara el porqué, en algunos casos, los estudiantes dieron respuestas correctas y en otros no. El docente guió la discusión hacia las diferencias contextuales comunes en los enunciados respectivos, desechando aquellas de tipo particular. De modo que partiendo de que la estructura lógica era la misma en todos los casos, las preguntas orientadoras fueron las siguientes: ¿Por qué en unos casos se valida el recíproco o el contrario sin justificación alguna mientras que en otros casos no? ¿Qué diferencia puede observar en unos y otros casos?, y ¿justifica esa diferencia la validación del recíproco o del contrario?

Los participantes llegaron a la conclusión de que la razón se encontraba en la información que conocían sobre otras posibilidades que conllevaran a que se diera el mismo consecuente (tesis), ya que en los ejercicios en los que sabían que existían otras posibilidades (hipótesis) para que se diera el mismo consecuente, no validaban el recíproco, mientras que cuando las ignoraban, sí lo validaban. La misma reflexión ocurrió con el contrario, puesto que siendo equivalentes lógicos, si en un ejercicio no era válido el recíproco entonces tampoco lo era el contrario. En esta fase se concluyó que estos errores eran a causa de la siguiente circunstancia: al no contar con información adicional a la dada por el antecedente, se validan injustificadamente el recíproco y el contrario de una implicación, lo cual constituye la característica distintiva del obstáculo del razonamiento común. Esta fase fue completada en alrededor de 50 minutos.

La cuarta fase tuvo lugar al día siguiente. Se planteó una serie de ejercicios geométricos con mayor nivel de abstracción, para que los estudiantes seleccionaran la opción de respuesta que consideraran apropiada y reforzaran lo discutido sobre el razonamiento común, con base en la siguiente pregunta orientadora: ¿Se debe hacer uso del razonamiento lógico solo en los contextos conocidos o puede también emplearse en contextos desconocidos? El resultado fue que los participantes razonaron apropiadamente en torno a las formas válidas y no válidas de razonamiento, y lograron responder correctamente a las preguntas, aun cuando no conocían el contenido geométrico involucrado. Esta fase requirió 30 minutos para ser completada.

Es pertinente mostrar como ejemplo el ejercicio (a) de la parte I, que planteaba el siguiente silogismo. *Premisa 1: Si un poliedro es regular, entonces sus caras son iguales; Premisa 2: El poliedro $\mathcal{P}$ tiene sus caras iguales. Conclusión: El poliedro $\mathcal{P}$ es regular.* A pesar del mayor nivel de abstracción de los ítems de esta fase en comparación con los de las fases anteriores, la mayoría de los estudiantes señalaron que el razonamiento no era válido, lo cual sugiere que en su mayoría apuntan a la superación del obstáculo.

En la quinta fase se reflexionó sobre las implicaciones que pudiera tener el razonamiento común en otras ramas de la Matemática, en la ingeniería en general y en la vida diaria, con base en las siguientes preguntas orientadoras: ¿Cómo debería razonar cada uno de ustedes en la vida diaria? ¿Se puede convivir con ambas formas de razonar o hay que descartar por completo al razonamiento común? ¿Cuáles otras áreas de estudio pueden verse afectadas por el razonamiento común?, y ¿hasta qué punto puede afectar la vida profesional de cada uno?

El resultado fue que los estudiantes concluyeron que se debe saber identificar, discernir y separar el razonamiento lógico formal que maneja un ingeniero, del razonamiento común. Además, se debe estar consciente de que si bien esas dos formas de razonamientos coexisten, el razonamiento común no puede emplearse en la Matemática ni en ninguna de las áreas de la ingeniería en general. Esta fase se completó en 40 minutos, aproximadamente.

Por último, se cumplió con la fase especial denominada prospección general, en la cual los estudiantes, con la orientación del docente, reflexionaron acerca de cuáles otras concepciones pudieran tener que los pudieran llevar a cometer errores en Geometría, en Matemática o en cualquier otra disciplina de estudio de la ingeniería; a través de las siguientes preguntas: ¿Existirán otros obstáculos para el aprendizaje de la Geometría? ¿Existirán obstáculos en otras áreas? ¿Qué otras concepciones erróneas puede tener cada uno?, y ¿Existirán otras concepciones, con otras características, que también puedan constituir un obstáculo?

Se concluyó, de acuerdo con la experiencia derivada de las reflexiones hechas, que es necesario tener un pensamiento crítico para someter a juicio los planteamientos propios y de terceros, buscando confirmar su veracidad antes de llegar a una conclusión. El mensaje de cierre fue nunca aferrarse a lo que se sabe como si fuera una verdad absoluta, todo pensamiento o conocimiento debe al menos ponerse en duda, deben siempre revisarse los conocimientos previos y ver si se adecúan a una nueva realidad. También concluyeron que era posible que existieran otras concepciones erróneas similares a la estudiada que pudieran afectar su desempeño no solo en Geometría o Matemática, en general, sino en otras áreas del conocimiento. El docente finalmente les informó que en efecto se ha estudiado la presencia de otros obstáculos en Geometría, en Cálculo, en Álgebra y en otras áreas como la Física, señalando algunos ejemplos. El tiempo que se necesitó para llevar a cabo esta fase fue de 30 minutos, aproximadamente.

Resultados, análisis e interpretación

Después de que se llevaran a cabo las actividades descritas en cada una de las 6 fases de la estrategia para la superación del obstáculo objeto de estudio, se aplicó el instrumento de medición (cuestionario) del obstáculo al grupo control y al grupo experimental (post-test), a fin de obtener la información que permitiese evaluar la efectividad de la estrategia aplicada. Es de hacer notar que había transcurrido suficiente tiempo (alrededor de 2 meses) desde el momento de la aplicación del pre-test, de modo que el riesgo de que los participantes recordaran las preguntas del instrumento o las respuestas que habían dado era mínimo, como en efecto los resultados posteriores lo confirmaron. Esto responde a los lineamientos de Morales (2008), quien señala que cuando los sujetos van a responder dos veces el mismo test es necesario dejar un intervalo de tiempo, que puede ser de días, semanas o meses; pero no tan grande como para que hayan podido cambiar sus conocimientos y actitudes.

La Tabla 3, que se presenta a continuación, muestra la incidencia del obstáculo en el grupo experimental después de la intervención. En ella se observa el porcentaje de superación calculado basado en el número de estudiantes que no evidenció la presencia de este en el post-test.

Tabla 3
Porcentaje de superación del obstáculo del razonamiento común en el grupo experimental

N° de Estudiantes	Número de estudiantes que superaron el obstáculo	Número de estudiantes que no superaron el obstáculo	Porcentaje de estudiantes que superaron el obstáculo	Porcentaje de estudiantes que no superaron el obstáculo	Total
39	30	9	76,92%	23,08%	100%

En el grupo experimental se registró un 23,08% de presencia del obstáculo que en términos absolutos corresponde a 9 de 39 estudiantes, lo cual representa una diferencia notable con respecto a los resultados obtenidos antes de la aplicación de la estrategia, pues este grupo registró un 100% con respecto a la presencia del obstáculo.

A diferencia de lo anterior, los resultados para el grupo control señalaron que se mantuvo la incidencia del 100% del obstáculo en todos los participantes, lo cual es indicativo de que los cambios observados en el grupo experimental se produjeron como efecto de la estrategia aplicada. En consecuencia, los resultados obtenidos señalan que en buena medida la estrategia surtió el efecto buscado, al reducir notablemente la incidencia del obstáculo en el grupo experimental, pasando de un 100% de incidencia del obstáculo en los estudiantes de la muestra a un 23,08%.

A pesar de la aplicación de la estrategia, y de que los resultados mostrados son satisfactorios, todavía debe preocupar que un porcentaje de 23,08% de estudiantes no logró superar el obstáculo. Por lo tanto, para ese grupo de estudiantes se requeriría hacer ajustes a las estrategias, diseñando probablemente sesiones complementarias, con el fin de tratar de resquebrajar definitivamente ese sistema cognitivo consciente.

Este hecho corrobora lo señalado en la teoría de las situaciones didácticas propuesta por Brousseau (1997), referida a que un obstáculo se manifiesta por errores que son reproducibles y persistentes. Además, que no desaparecen por completo de una sola vez, sino que resisten y luego reaparecen, manifestándose tiempo después de que una persona ha rechazado el modelo defectuoso de su sistema cognitivo consciente. Así, resistirá el rechazo e intentará adaptarse, modificarse y optimizarse en un campo reducido, siguiendo un proceso de acomodación.

Esto, a la luz de los resultados, se manifiesta más en unos estudiantes que en otros. De allí que algunos evidenciaron nuevamente tener el obstáculo luego de la aplicación de las estrategias, lo cual coincide también con lo planteado por Duroux (citado por Brousseau, 1997); que indica que después de reconocerse la inexactitud de estos, continúa aflorando intempestiva y persistentemente.

Los resultados de la prueba estadística McNemar para determinar la significancia de la diferencia observada en el grupo experimental antes y después de la intervención, mediante la comparación de la incidencia del obstáculo que se describe a continuación:

En la Tabla 4 se muestra la tabulación de la incidencia del obstáculo en el grupo experimental antes y después de la intervención.

Tabla 4
Incidencia del obstáculo del razonamiento común en el grupo experimental (Pre-test / Post-test)

ESTUDIANTE	ANTES	DESPUÉS	ESTUDIANTE	ANTES	DESPUÉS
1	1	0	21	1	0
2	1	0	22	1	0
3	1	1	23	1	0
4	1	0	24	1	1
5	1	1	25	1	1
6	1	0	26	1	0
7	1	0	27	1	0
8	1	0	28	1	0
9	1	0	29	1	0
10	1	0	30	1	1
11	1	0	31	1	0
12	1	0	32	1	0
13	1	0	33	1	0
14	1	1	34	1	0
15	1	0	35	1	0
16	1	0	36	1	1
17	1	0	37	1	0
18	1	0	38	1	0
19	1	0	39	1	1
20	1	1		**39**	**9**

1: Presencia del obstáculo
0: Ausencia del obstáculo

Posteriormente, se elaboró la Tabla 5, de doble entrada (dos filas, dos columnas), y se ubicaron las frecuencias en cada casilla, según correspondiera, de la siguiente forma:

- ✓ La primera casilla de la primera fila (A) muestra la frecuencia de los estudiantes que obtuvieron 1 (presencia del obstáculo) en la primera aplicación y 0 (ausencia del obstáculo) en la segunda aplicación, es decir, aquellos que superaron el obstáculo (30 estudiantes).

- ✓ La segunda casilla de la primera fila (B) muestra la frecuencia de los estudiantes que obtuvieron 1 en la primera aplicación y 1 en la segunda aplicación, es decir, aquellos que no lograron superar el obstáculo (9 estudiantes).
- ✓ La primera casilla de la segunda fila (C) muestra la frecuencia de los estudiantes que obtuvieron 0 en la primera y 0 en la segunda aplicación. Ningún participante cumplió con esta condición ya que todos los estudiantes de la muestra habían evidenciado la presencia del obstáculo antes de la intervención.
- ✓ La segunda casilla de la segunda fila (D) muestra la frecuencia de los estudiantes que obtuvieron 0 en la primera aplicación y 1 en la segunda. Ningún participante cumplió con esta condición ya que todos los estudiantes de la muestra habían acusado la presencia del obstáculo antes de la intervención.

Para realizar la prueba se plantearon las siguientes hipótesis:

H_0: No existe diferencia en la incidencia del obstáculo del razonamiento común en el grupo experimental antes y después de la intervención

H_1: Existe diferencia en la incidencia del obstáculo del razonamiento común en el grupo experimental antes y después de la intervención

Seguidamente, se aplicó la fórmula de Chi Cuadrado para obtener el parámetro X^2 (estadístico de prueba), mediante la siguiente operación:

Ecuación 2. Fórmula para obtener el parámetro X^2

¿
A-D ❑²
¿30-0❑²
¿
¿X^2= ¿

Luego se buscó en la tabla de la distribución Chi Cuadrado, el valor tabulado para un nivel de significación de 0,05 ($\alpha=0{,}05$) y 1 grado de libertad (1 g.l.), el cual resultó ser de 3,841. Posteriormente, se comparó el X^2 calculado con el obtenido de la tabla:

$$30 \text{ (} X^2 \text{ calculado)} > 3{,}841 \text{ (} X^2 \text{ de la tabla)}$$

Puesto que el estadístico de prueba se encuentra dentro de la región de rechazo, ya que el valor calculado resultó mayor que el valor de la tabla de X^2 , entonces con un nivel de significación del 5% se rechaza H_0 y se puede concluir que la diferencia encontrada para la incidencia del obstáculo del razonamiento común es estadísticamente significativa en el grupo experimental antes y después de la intervención, a ese nivel de significación. Los resultados se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5
Prueba McNemar para la comparación en la incidencia del obstáculo del razonamiento común en el grupo experimental (Pre-test / Post-test)

		DESPUÉS	
		0	1
ANTES	1	30	9
	0	0	0
	χ^2 calculada		30
	χ^2 tabla (α=0,05; 1 g.l.)		3,841

1: Presencia del obstáculo
0: Ausencia del obstáculo

Conclusiones

El objetivo de este trabajo fue evaluar el efecto de la estrategia para la superación del obstáculo del razonamiento común en los alumnos que participan en situaciones de aprendizaje en la cátedra de Geometría de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia. Se determinó que la concepción inicial de los dos grupos que conformaron la muestra fue que es válido razonar en Geometría de la misma forma que se hace usualmente en el contexto social diario, lo cual evidenciaba su presencia en la muestra. Asimismo, se propuso como estrategia para la superación del obstáculo la aplicación de las estrategias metacognitivas de retrospección, reconstrucción y prospección, guiada su implementación con la orientación del docente; para la cual se establecieron 5 fases y una fase especial de análisis prospectivo sobre lo discutido en la aplicación de estas. Se concluyó que la estrategia para la superación del obstáculo descrita y aplicada en esta investigación proporcionó evidencia suficiente de su efectividad para ayudar a los estudiantes a superar el obstáculo epistemológico del razonamiento común en Geometría, ya que la diferencia encontrada entre el grupo control y el grupo experimental, luego de la intervención, fue estadísticamente significativa. Igualmente, se determinó que la diferencia mostrada en el grupo experimental antes y después de la intervención fue también estadísticamente significativa.

Los resultados obtenidos señalan que ciertamente la estrategia surtió el efecto buscado, sin embargo, se sugiere continuar indagando sobre este tema, ya que resta por investigar cuáles son las variables que intervinieron para que algunos estudiantes del grupo experimental no lograran superar el obstáculo, aun cuando este efecto era de esperarse según los postulados de la teoría de la situaciones didácticas y las evidencias en otras investigaciones sobre obstáculos epistemológicos.

Referencias

Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. México: Editores Siglo XXI.

Barreto, N. (2013). Obstáculos epistemológicos vinculados a la formación del espíritu científico y a las competencias en investigación. *Revista Universitaria de Investigación y Diálogo Académico, 9*(1), 1-15.

Bohórquez, H. y Hernández, A. (2003). El razonamiento común: un obstáculo epistemológico en geometría. *Revista de Pedagogía*, *24*(69), 7-37.

Bohórquez, H. (2002). *Obstáculos epistemológicos en Geometría a nivel superior*. Trabajo de Grado no publicado, Universidad del Zulia, Maracaibo.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Byrnes, J. (2007). *Cognitive Development and Learning in Instructional Contexts.* Nueva Jersey: Editorial Pearson Education.

Campanario, J. y Otero, J. (2000). Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: Las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas. Enseñanza de las Ciencias, 18*(2), 155-169.

Dixon-Krauss, L. (1996). Vygotsky's sociohistorical perspective on learning and its application to western literacy instruction. En L. Dixon-Krauss (Ed.)*, Vygotsky in the classroom: Mediated literacy instruction and assessment. White Plains.* Nueva York: Longman.

Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-235). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Montenegro, I. (2005). *Aprendizaje y desarrollo de las competencias*. Bogotá: Cooperativa Magisterio. Colección Aula Abierta.

Morales, P. (2008). *Estadística aplicada a las ciencias sociales*. Madrid: Universidad Pontificia Comillas.

Murillo, C. (2011). *Transdisciplinariedad y complejidad en la educación superior venezolana*. [Documento en línea]. Disponible: http://blogcerbeleon.blogspot.com/ [Consulta: 2015, Febrero 5]

Hurtado, J. (2012). *Metodología de la Investigación*. Caracas: Ediciones Quirón.

López, O. y García, S. (2008). *La enseñanza de la Geometría*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Osses, S. y Jaramillo, S. (2008). Metacognición: Un camino para aprender a aprender. *Estudios Pedagógicos, XXXIV*(1), 187-197.

Otero, J. (1990). Variables cognitivas y metacognitivas en la comprensión de textos científicos: El papel de los esquemas y el control de la propia comprensión. *Revista de investigación y experiencias didácticas Enseñanza de las Ciencias*, *8*(1), 17-22.

Ruiz, L. (2001). Ingeniería didáctica. Construcción y análisis de situaciones de enseñanza-aprendizaje. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Volumen 14. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Sierpinska, A. (1999). *Lecture notes on the Theory of Didactic Situations*. [Documento en línea]. Concordia University. Montreal. Disponible: http://www.annasierpinska.rowebca.net/index.php?page=courses [Consulta: 2012, Abril 5]

Slavin, R. (2002). *Educational Psychology: Theory and Practice*. Boston: Allyn and Bacon.

Tan, O. (2003). *Problem-based learning innovation: Using problems to power learning in the 21st century*. Singapore: Thomson Learning.

Villamil, E. (2008). La noción de obstáculo epistemológico en Gastón Bachelard. *Espéculo: Revista de estudios literarios*, *38*, 48-52.

Anexo

UNIVERSIDAD DEL ZULIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PARA GRADUADOS

Nombre: ___________________ C.I.: ________________

Fecha: _____/_____/_____

CUESTIONARIO

Los ítems del 1 al 4 plantean un contexto específico. Cada uno de ellos está seguido de proposiciones (a, b, c y d). Indique si ellas son verdaderas o falsas encerrando en un círculo la letra V o F según sea el caso:

1. Andreína le dice a una amiga: *Si me compro un vestido nuevo, voy a la fiesta*
a) Si Andreína va a la fiesta, puede concluirse que se compró un vestido nuevo**V ....F**
b) Si Andreína se compra un vestido nuevo, puede concluirse que no irá a la fiesta**V...F**
c) Si Andreína no se compra un vestido nuevo, puede concluirse que no irá a la fiesta**V ....F**
d) Si Andreína no va a la fiesta, puede concluirse que se compró un vestido nuevo **V ....F**

2. Un padre le dice a su pequeño hijo: *Si tu prima Amanda nace en Barquisimeto, será venezolana*
a) Si Amanda finalmente nace en Barquisimeto, se concluye que es venezolana**V..F**
b) Si Amanda finalmente no nace en Barquisimeto, se concluye que no es venezolana**V ....F**
c) Si finalmente resulta que Amanda no es venezolana, se concluye que no pudo nacer en Barquisimeto**V ....F**
d) Si finalmente resulta que Amanda es venezolana, se concluye que nació en Barquisimeto **V..F**

3. Un teorema de geometría es el siguiente: *Si un cuadrilátero es rombo, entonces sus diagonales son perpendiculares.*
a) Si un cuadrilátero tiene sus diagonales perpendiculares, se trata entonces de un rombo**V..F**
b) Las diagonales de algunos rombos no son perpendiculares**V...F**
c) Si un cuadrilátero no es rombo, entonces sus diagonales no son perpendiculares**V ....F**
d) Si un cuadrilátero no tiene sus diagonales perpendiculares, entonces es un rombo **V..F**

4. Considere la siguiente afirmación: *Si una figura geométrica es un vertígono entonces tiene dos* arcos *iguales.*
a) Aun si ABCDE no tiene dos arcos iguales, podría ser un vertígono V……………………………………F
b) Si ABCDE no es un vertígono, entonces no tiene dos arcos iguales**V..F**
c) Si ABCDE tiene dos arcos iguales, entonces es un vertígono**V..F**
d) Si ABCDE es un vertígono, entonces no tiene dos arcos iguales**V ....F**

Fuente: Bohórquez (2002)