Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

**Universidad Pedagógica Experimental Libertador**
**Vicerrectorado de Investigación y Postgrado**
**Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara"**
**Subdirección de Investigación y Postgrado**

# ELEMENTOS CLAVES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DENTRO DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

**Autor: Kenny Piña**
profkenny5882@gmail.com
***Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL-IPMAR)***
*Maracay, Venezuela*

**PP. 94-124**

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

# ELEMENTOS CLAVES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DENTRO DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

**Autor: Kenny Piña**
profkenny5882@gmail.com
***Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL-IPMAR)***
*Maracay, Venezuela*

**Recibido:** Octubre 2019 **Aceptado:** Mayo 2020

## RESUMEN

La siguiente información forma parte de los resultados parciales de una investigación de campo, no experimental, de carácter cualitativo que se llevó a cabo para obtener el título de maestría y cuyo propósito era construir una secuencia de actividades que contribuyera en la recuperación de la razón ser de la Integral Definida en la formación de los futuros docentes de matemática de la UPEL-Maracay. Para ello, se realizó una revisión literaria a través de los indicadores de completitud de la TAD, los cuales permitieron evaluar los tipos de tareas, las técnicas utilizadas y la relación existente entre las mismas. Posteriormente y para completar el proceso de diagnóstico, se aplicaron entrevistas semi-estructuradas y una evaluación diagnóstica, con las cuales se dieron a conocer las fortalezas y dificultades que presentan los participantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y que fueron de utilidad para la reconstrucción de la praxeología determinada.

**Palabras Clave**: Cálculo Integral, Matemática Aplicada, Integral Definida, TAD.

## KEY ELEMENTS FOR THE CONSTRUCTION OF A DIDACTIC SEQUENCE WITHIN THE ANTHROPOLOGICAL THEORY OF DIDACTICS

## ABSTRACT

The following is part of the partial results of a qualitative, non-experimental field research that was carried out to obtain the master's degree and whose purpose was to construct a sequence of activities that would contribute to the recovery of reason be of the Definite Integral in the training of future mathematics teachers at UPEL-Maracay. For this, a literary review was carried out through the completeness indicators of the TAD, which allowed evaluating the types of tasks, the techniques used and the relationship between them. Subsequently and to complete the diagnostic process, semi-structured interviews and a diagnostic evaluation were applied, with which the strengths and difficulties presented by the participants of the teaching and learning processes were revealed, and which were useful for the reconstruction of determined praxeology.

**Key Words**: Integral Calculus, Applied Mathematics, Definite Integral, TAD.

## Introducción

La mayoría de los problemas en la comprensión de las teorías matemáticas, surgen por el hecho de que los estudiantes las perciben como algo ajeno a su entorno, sin tener siquiera una mínima idea de las obras matemáticas, y que estas han perdido su importancia y significado con el pasar de los años producto de un conjunto de necesidades que emanaron de la actividad social.

Al respecto, el objeto integral definida y sus aplicaciones no se escapan de la situación antes expuesta y lo preocupante es que la comprensión de dicho objeto, no solo tiene incidencia en el desempeño de la labor docente (futuro profesor de matemáticas, sino también en los procesos de enseñanza y aprendizaje por los cuales transitan estudiantes cuyas carreras profesionales dependen del conocimiento y uso de dicho objeto.

Hay que tener en cuenta que el maestro es un soporte elemental para el desarrollo de la humanidad y su labor está íntimamente relacionada con el sentido humanista de la civilización (Savater, 2005), es necesario que los futuros docentes alcancen competencias esenciales que les permitan desenvolverse con éxito en la práctica. Dichas competencias están referidas: al dominio del saber científico; a la apropiación de aptitudes laborales, para poder responder técnica y tecnológicamente a las nuevas exigencias de producción; y a la construcción de valores ciudadanos que fomenten una mejor convivencia entre quienes conformen una sociedad.

De esta manera, se evidencia la importancia del profesor de matemáticas en los estudiantes, para el alcance de la mejor manera, en las competencias exigidas por el programa del curso de Cálculo Integral de la especialidad de Matemática de la UPEL – Maracay, porque es a través de la labor docente que se podría colaborar en el desarrollo y optimización de dichos procesos.

En este sentido y con el propósito de facilitar el estudio de las aplicaciones de la integral definida, se realizó una investigación de campo no experimental bajo el enfoque cualitativo, para proponer una secuencia de actividades que rescatarán de alguna manera la razón de ser de la Integral Definida y sus aplicaciones en los distintos ámbitos profesionales.

Para ello, se hizo preciso determinar la Organización Matemática y la Organización Didáctica presentes en uno de los libros de textos que generalmente se emplean para el estudio de las aplicaciones de la Integral Definida, el nivel de comprensión que alcanzan los futuros profesores de matemática con relación a las mismas y las dificultades que manifiestan tanto profesores como estudiantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Ante esto, la información a presentar se consideró fundamental para alcanzar lo planteado y la mismo sirvió de punto de partida para reconstruir las praxeologías iniciales que permitirían obtener posteriormente la secuencia didáctica, el artículo se divide en cuatro partes; la primera parte donde se enuncian los fundamentos teóricos bajo los cuales se llevó a cabo la investigación, la segunda parte donde se muestran los métodos y procedimientos aplicados, la tercera parte que corresponde a los resultados obtenidos y finalmente, la cuarta parte que contiene las conclusiones pedagógicas a las que se pudieron llegar.

## Marco Teórico

Durante mucho tiempo, los estudiantes, han percibido la Matemática como un conjunto de reglas o verdades absolutas que no requieren de mayor análisis, sino que más bien se limitan a su aplicación, por lo que Chevallard, Bosch y Gascón (1997) escriben lo siguiente:

> La obra matemática tiene más de veinticinco siglos de antigüedad. La respetamos, la tememos y nos resignamos a que nos confronten con ella durante este paréntesis de nuestra vida en el que, por las buenas o por las malas, vamos a la escuela. Pero, desgraciadamente, ya no comprendemos qué sentido tiene estudiarla. Las matemáticas, tan presentes en nuestra vida

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

> cotidiana por medio de los objetos técnicos, son empero, para muchos de nosotros, cada vez más invisibles y extrañas. Esta situación es malsana y la escuela, en nombre de la sociedad, debería remediarla. Pero para ello necesitamos comprender por qué hay matemáticas en la sociedad y por qué hay que estudiar matemáticas en la escuela. (p. 14)

Así, la incomprensión de las Matemáticas viene dada precisamente por la situación expuesta por Chevallard, Bosch y Gascón (1997), en la que no solo el estudiante sino más bien el ser humano en general, utiliza la Matemática como herramienta de utilería sin analizar, interpretar o profundizar en los procesos y relaciones que tienen los mismos con el quehacer diario.

Por tales razones, para el desarrollo de la investigación que se llevó a cabo, se decidió trabajar bajo el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) debido a que la misma centra su estudio en lo que el hombre aprende y enseña de la estructura matemática por medio de las relaciones humanas frente a la relatividad del saber científico con respecto a las instituciones sociales.

Así, según Chevallard (1999), "el postulado de base de la TAD admite en efecto que toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, que se resume con la palabra de praxeología", la cual se refiere a la ciencia que estudia la estructura lógica de la acción humana y con la que se busca establecer el cómo deben hacerse las cosas dentro de las fronteras institucionales, sin dejar de un lado, la memoria cultural de la institución, que dan por sentado, la caracterización del reparto en la divulgación y comunicación del saber matemático como casi natural, y a fin de cuenta obligado.

De esta manera, en la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se manejan dos praxeologías, una denominada Praxeología Matemática u Organización Matemática y otra denominada Praxeología Didáctica u Organización Didáctica. La primera, se constituye alrededor de uno o más tipos de tareas matemáticas que conducen a la creación de técnicas matemáticas, las cuales se justifican por tecnologías matemáticas desarrolladas en el marco de una teoría, mientras que la segunda es el resultado de un complejo y continuado trabajo que se lleva a cabo durante largo tiempo en las instituciones, cuya dinámica de funcionamiento incluye a ciertas relaciones invariables que es posible modelar.

Lo anterior, explica que según los resultados obtenidos del análisis de las Organizaciones Matemáticas y Didácticas de cualquier obra matemática, y de acuerdo a los objetivos pedagógicos que se quieran alcanzar, puede que sea necesaria una reconstrucción de la Organización Matemática y Didáctica. Así, dichos lineamientos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico fueron fundamentales en el diseño de la secuencia didáctica para el estudio de las aplicaciones geométricas de la integral definida, ya que a través de ellos se pudo determinar la Organización Matemática y Didáctica inicial (del libro de texto revisado) que servirían de punto de partida para la elaboración de la secuencia de actividades (reconstrucción), donde se conservarían actividades de la Organización Matemática inicial (las cuales serían mejoradas desde el punto de vista didáctico) y se incluirían actividades adicionales que permitieran conectar una situación con otra, dando con estas últimas, justificación al proceso de construcción y evolución de la técnica.

Lo anterior fue logrado evaluando tanto la Organización Matemática Inicial como la reconstrucción de la misma, tomando en cuenta para ello, los siguientes indicadores de completitud de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, establecidos en Fonseca (2004):

a) Indicador de completitud 1: Los tipos de tareas que conforman la OM están relacionados entre ellos y existen tareas relativas al cuestionamiento tecnológico dentro de la propia OM.

b) Indicador de completitud 2: Existencia de diferentes técnicas para cada tipo de tareas y es posible discernir criterios para elegir entre ellas.

c) Indicador de completitud 3: Los ostensivos (palabras, expresiones, escritura, notaciones, etc.) que constituyen la “materia primaria” de los elementos de la OM son suficientemente ricos y variados como para permitir diferentes representaciones de la actividad matemática.

d) Indicador de completitud 4: Existencia de tareas y de técnicas inversas.

e) Indicador de completitud 5: Posibilidades de interpretar el funcionamiento y el resultado de las aplicaciones de la técnica.

f) Indicador de completitud 6: Carácter poco estereotipado de los tipos de tarea de la OM y existencia de tareas matemáticas abiertas.

g) Indicador de completitud 7: Necesidad de construir técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas inicialmente consideradas.

h) Indicador de completitud 8: debe existir la posibilidad de modificar la situación inicial, considerando hipótesis más débiles que permitan la emergencia de nuevas técnicas que completen y amplíen la OM en cuestión.

Los cuales permitieron estimar qué tan completa o incompleta eran las Organizaciones Matemáticas (inicial y reconstruidas), aunque dentro del marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico no se considera que una Organización Matemática sea netamente incompleta o completa, pues su completitud o incompletitud es relativa.

Por otra parte, la Organización Didáctica está constituida por los momentos didácticos, los cuales son explicados a continuación:

El *Primer momento* llamado también momento del Primer encuentro, se refiere al primer encuentro con la organización matemática que está en juego. Es el que consiste en encontrar la obra matemática a través de al menos uno de los tipos de tareas constitutivas de la obra matemática. Este primer encuentro con el tipo de tareas puede darse varias y diferentes ocasiones, en función sobre todo de los entornos matemáticos y didácticos en los que se produce.

El *Segundo momento* o momento de Exploración, es el de la exploración del tipo de tareas implicadas y de la elaboración de una técnica relativa a este tipo de tareas. Aun cuando la actividad matemática se presenta como una serie errática de enfrentamientos singulares con dificultades siempre nuevas, la cuestión central de la actividad matemática es más la elaboración de técnicas, que la simple resolución de problemas aislados. Por tanto, estudiar problemas es un medio que permite crear y poner en marcha una técnica relativa a los problemas del mismo tipo, técnica que será a continuación el medio para resolver de manera casi rutinaria los problemas de este tipo.

El *Tercer momento* o el momento de Constitución del entorno tecnológico – teórico, está interrelacionado de manera estrecha con cada uno de los otros momentos. Así, desde el primer encuentro con un tipo de tareas, hay generalmente una puesta en relación con un entorno tecnológico – teórico anteriormente elaborado, o con gérmenes de un entorno por crear, que se precisará en una relación dialéctica con la aparición de la técnica.

En el *Cuarto momento* o el momento de Trabajo de la técnica, además de trabajar la técnica, se debe a la vez mejorar la técnica volviéndola más eficaz y más fiable, este momento de puesta a prueba de la técnica supone en particular uno o unos corpus de tareas adecuados tanto cualitativamente como cuantitativamente.

El *Quinto momento* o momento de la Institucionalización, tiene por objeto precisar lo que es la organización matemática elaborada, distinguiendo claramente, por una parte, los elementos que, habiendo concurrido a su construcción, no le hayan sido integrados y, por otra parte, los elementos que entrarán de manera definitiva en la organización matemática considerada.

El *Sexto y último momento*, llamado también momento de Evaluación, se articula con el momento de la institucionalización. En este momento de la Organización Didáctica, se debe hacer un balance, es decir, se examina y reflexiona sobre el valor de lo que se ha aprendido en función a unos criterios.

**Metodología y Procedimientos**

A continuación, se mostrará la información que permitió un camino inicial en la investigación de campo, no experimental que se llevó a cabo para la construcción de una secuencia didáctica para el estudio de las aplicaciones de la integral definida.

Así, la descripción de las praxeologías del libro de texto seleccionado, las entrevistas semi-estructuradas aplicadas a dos tipos de informantes claves y la evaluación diagnóstica presentada por un estudiante de la especialidad de matemática contribuirían en la puntualización de los aspectos presentes y ausentes en el desarrollo de un curso de Cálculo Integral.

***Revisión de la Organización Matemática del Libro de Texto Seleccionado***

Los libros de texto son un apoyo fundamental en la construcción y desarrollo del contenido a estudiar, no solo para los docentes que imparten la materia, sino también para los estudiantes que la están cursando.

Es por ello que para el desarrollo de la secuencia didáctica que se aplicó, primeramente, se realizó una consulta entre los profesores del Departamento de Matemática de la UPEL-Maracay, para conocer cuál era el o los libros de textos más utilizados a la hora de dictar el curso de cálculo integral. La mayoría coincidió en la utilización de uno o dos ejemplares, pero el más ideal para realizar la revisión de las organizaciones matemáticas y didácticas fue el libro de Cálculo Integral de Larson, R; Hostetler, R; y Edwars, B (2009); ya que el mismo presentaba muchos elementos didácticos que eran de interés para el estudio. Posterior a este proceso de selección, se llevó a cabo un análisis en torno a la integral definida y sus aplicaciones (unidad 3 y unidad 4 respectivamente), tomando en cuenta los contenidos presentados por el autor y contrastándolos con las necesidades actuales de los estudiantes de la especialidad de Matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Maracay.

Para el estudio de la Organización Matemática del libro seleccionado se utilizó como primer instrumento un cuadro parecido al diseñado por Mayorga (2013), añadiéndole al diseño original, dos columnas adicionales: una referente al tema (por existir variedad en las aplicaciones geométricas y físicas de la integral definida) y otra en la parte de representantes para discernir entre el número de representaciones correspondientes a los ejemplos dados en la teoría y las tareas problémicas propuestas en la parte práctica, como se muestra en el Cuadro 1.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

**Cuadro 1**
**Cuadro Descriptivo de Organización Matemática de las Unidades 3 y 4 del Libro de Texto: Cálculo integral. Matemática 2, de Larson, R; Hostetler, R; y Edwars, B**

| Tema | Subtema | Tipos de Tareas | Técnica (s) | R | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | E | P |
| Área | Área de polígonos | Deducir la fórmula del área del triángulo a partir de la fórmula del rectángulo. | - Construcción geométrica. | 1 | |
| | | Hallar el área de otras figuras geométricas a partir del triángulo. | - Construcción geométrica.<br>- Observación. | 3 | |
| | Área de polígonos | Hallar el área del círculo a partir del triángulo. | -Construcción geométrica. (Inscripción y circunscripción).<br>-Método de exhausión.<br>-Observación. | 1 | |
| | Área de una región plana | Determinar aproximaciones del área de una región plana. | - Método de exhausión.<br>-Notación sigma (para expresar el área total como la suma de los rectángulos que la conforman). | 1 | 4 |

*Nota.* E= representaciones correspondientes a los ejemplos dados en la teoría; P= tareas problémicas propuestas en la parte práctica.

Posteriormente, para continuar con el análisis de la obra, se decidió evaluar la organización matemática obtenida en el Cuadro 1, haciendo uso de los criterios de completitud de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, para ello, se utilizó un nuevo cuadro donde se indicaba el tipo de tarea y cinco de los ocho indicadores de completitud con dos divisiones cada uno para diferenciar entre los ejemplos y la práctica, como lo indica el Cuadro 2:

**Cuadro 2**
**Cuadro de Indicadores de Completitud que se Cumplen Dentro de las Unidades 3 y 4 del Libro de Texto: Cálculo Integral. Matemática 2, de Larson, R; Hostetler, R; y Edwars, B**

| Tipo de Tareas | Indicadores de Completitud | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
| | E | P | E | P | E | P | E | P | E | P |
| Deducir la fórmula del área del triángulo a partir de la fórmula del rectángulo. | | | | | | | x | | x | |
| Hallar el área de otras figuras geométricas a partir del triángulo. | | | | | | | x | | x | |
| Hallar el área del círculo a partir del triángulo. | | | | | | | x | | x | |
| Determinar aproximaciones del área de una región plana. | | | | | | | x | | | |

*Nota.* E= representaciones correspondientes a los ejemplos dados en la teoría; P= tareas problémicas propuestas en la parte práctica.

En el Cuadro 2 no se tomaron en cuenta los indicadores 1, 7 y 8 debido a que son bastante complejos como para limitarlos a una calificación dentro del mismo. Para estos indicadores se decidió realizar un análisis descriptivo que expusiera su cumplimiento o no cumplimiento en cada unidad sometida a revisión.

**Revisión de la Organización Didáctica del Libro de Texto Seleccionado**

En el caso de la revisión de la Organización Didáctica, se realizó un análisis descriptivo en relación con los momentos didácticos que pudieran o no estar presentes en el desarrollo de los ejemplos expuestos o las actividades propuestas dentro de la parte práctica. Para llevar a cabo dicho proceso, se tomaron en cuenta los tipos de tarea establecidos en la organización matemática descrita, los resultados obtenidos al evaluar dicha organización según los indicadores de completitud y la caracterización de los momentos didácticos descrita en el marco teórico, considerando además, los elementos que justificaban el paso de una actividad a otra y los momentos reflexivos que permitían entender la necesidad de ampliar las situaciones iniciales.

***Entrevistas a Informantes Claves***

Posterior, al análisis realizado al libro de texto seleccionado, se llevaron a cabo dos entrevistas semi-estructuradas; la primera, al informante clave 1 (profesor que ha dictado el curso de cálculo integral en la UPEL-Maracay), a quien se le cuestionó inicialmente acerca de:

- El alcance o cumplimiento del programa de la asignatura.
- Las incidencias que se han presentado durante su ejercicio como docente en un curso de Cálculo Integral.
- Las dificultades que los estudiantes han presentado durante el desarrollo del tema aplicaciones de la Integral Definida.

Con el fin de conocer su experiencia como profesor del curso e indagar de esta manera, cuáles son los métodos o estrategias de enseñanza que ha aplicado y el resultado que ha obtenido al aplicarlos, además de tomar en cuenta, las dificultades o limitantes que han presentado tanto el docente como los estudiantes, según la perspectiva del mismo docente, para establecer de esta manera, las posibles relaciones que existen entre causa y efecto durante su experiencia.

La segunda entrevista, aplicada al informante clave 2 (profesor egresado de la UPEL – Maracay, con pocos años de experiencia) que dicta curso de Matemática II del ciclo básico de ingeniería en la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional Bolivariana de Maracay, dio respuestas a preguntas relacionadas con:

- Su formación académica como profesor de matemáticas (específicamente en la asignatura de Cálculo Integral).
- Las exigencias del programa del curso de Matemática II del ciclo básico de ingeniería.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

- Las dificultades que ha presentado al estar a cargo del curso de Matemática II.

Con lo que se buscaba conocer lo vivido por un profesor egresado de la UPEL-Maracay, al momento de planificar, dictar y evaluar el estudio de los contenidos correspondientes al curso de Matemática II del ciclo básico de ingeniería, en el que debe poner en práctica sus conocimientos en cuanto a métodos de integración, integral definida y sus aplicaciones, para luego discernir cómo los distintos factores que afloraron en sus respuestas interfieren de una manera u otra en su desempeño en el aula de clases.

***Evaluación Diagnóstica a Futuro Profesor de Matemática***

Seguidamente, para determinar el conocimiento y las dificultades que presenta el futuro profesor de matemáticas, se aplicó la evaluación diagnóstica a un estudiante de la especialidad de Matemática de la UPEL-Maracay que había cursado y aprobado la asignatura de Cálculo Integral, con el fin de analizar la resolución e interpretación que tiene el mismo acerca de cada uno de los problemas planteados.

De esta manera, la evaluación diagnóstica aplicada, estaba conformada por los siguientes problemas:

1. Encontrar el área de la región delimitada por las gráficas de las ecuaciones: $y = 3x^2 + 1, x = 0, x = 2, y = 0$
2. Encontrar el área de la región delimitada por las gráficas de las ecuaciones:
a) $y = x^2$ , $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$ (Aplicando el método de secciones verticales)
b) $x = y^2$ , $x = y + 2$ (Aplicando el método de secciones horizontales)
3. Encontrar la longitud de arco de $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ en el intervalo $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$.
4. Encontrar el área de la superficie formada al girar la gráfica $y = x^2$ en el intervalo $\left[0, \sqrt{2}\right]$ alrededor del eje $y$.
5. Encontrar el volumen del sólido formado al girar la región acotada por $f(x) = 2 - x^2$ y $g(x) = 1$ alrededor de la recta $y = 1$.
6. Encontrar el volumen del sólido formado al girar la región acotada por las gráficas $y = \sqrt{x}$ y $y = x^2$ alrededor del eje $x$.

7. Encontrar el volumen del sólido formado al girar la región acotada por las gráficas $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 1$ alrededor del eje $y$.
8. Encontrar el centro de masa de la lámina de densidad uniforme $\rho$ acotada por la gráfica de $f(x) = 4 - x^2$ y el eje $y$.

Cuyas resoluciones debían ir acompañada de: (a) la representación gráfica correspondiente a cada situación, (b) la formulación y ejecución de la solución y (c) la interpretación del procedimiento aplicado y de los resultados obtenidos. Así, como se muestra a continuación en la solución del problema 2.a:

Primeramente, se establecen sistema de ecuaciones para conocer los límites de integración, los cuales a su vez podrían facilitar la construcción de la representación gráfica.

$$\begin{cases} y_1 = x^2 \\ y_2 = \dfrac{x^2}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} y_1 = x^2 \\ y_3 = 2x \end{cases} \qquad \begin{cases} y_3 = 2x \\ y_2 = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$$

Se da solución a los sistemas de ecuaciones utilizando cualquiera de los métodos conocidos, en este caso se utilizó el método de igualación.

$$\begin{gathered} y_1 = y_2 \\ x^2 = \frac{x^2}{2} \\ 2x^2 = x^2 \\ 2x^2 - x^2 = 0 \\ x^2 = 0 \\ \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{0} \\ x = 0 \end{gathered} \qquad \begin{gathered} y_1 = y_3 \\ x^2 = 2x \\ x^2 - 2x = 0 \\ x(x-2) = 0 \\ x = 0 \\ x - 2 = 0 \\ x = 2 \end{gathered} \qquad \begin{gathered} y_2 = y_3 \\ \frac{x^2}{2} = 2x \\ x^2 = 4x \\ x^2 - 4x = 0 \\ x(x-4) = 0 \\ x = 0 \\ x - 4 = 0 \\ x = 4 \end{gathered}$$

Luego, se realiza la representación gráfica de la funciones (ver Gráfico 1). Esta se puede obtener tabulando valores comprendidos entre los límites de integración o también se puede realizar, obteniendo las ordenadas de las abscisas ya conocidas para formar los pares ordenados, ubicarlos en el plano y trazar las curvas según las características de su especie.

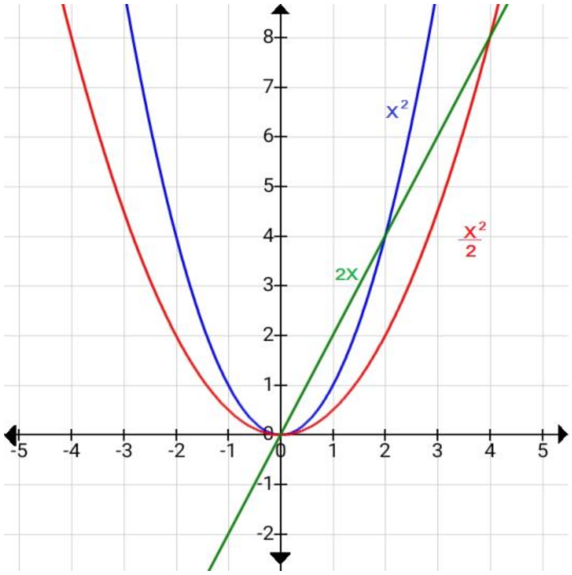


***Gráfico 1*.** Representación gráfica de las funciones que forman parte del problema 2.a.

Al realizar la representación gráfica, el estudiante debería indicar que el área es aquella que se encuentra parcelada por los gráficos de las tres funciones (ver Gráfico 2).

Además, se puede observar que será necesario establecer dos integrales definidas para el cálculo del área, ya que en el intervalo de 0 a 2 el área está comprendida entre $x^2$ y $\frac{x^2}{2}$ y en el intervalo de 2 a 4 el área está comprendida entre $\frac{x^2}{2}$ y $2x$.

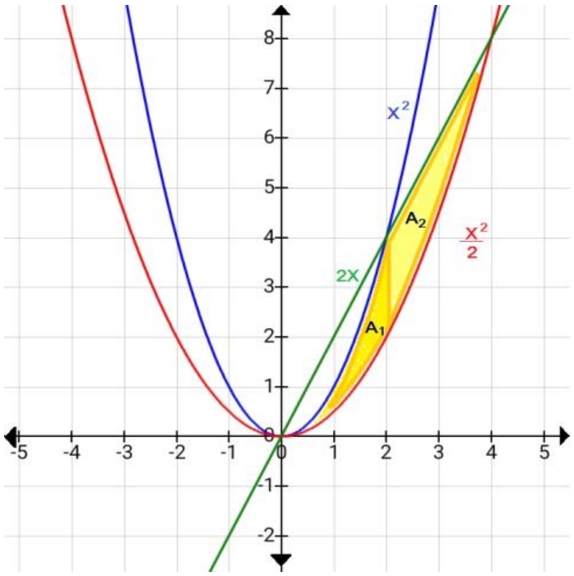


***Gráfico 2***. Representación gráfica del área parcelada

Posteriormente, se observa que en el intervalo de 0 a 2 la función $x^2$ es mayor que la función $\frac{x^2}{2}$ y en el intervalo de 2 a 4, la función $2x$ es mayor que la función $\frac{x^2}{2}$. Esto se puede comprobar analíticamente, evaluando ambas funciones en un punto interno del intervalo, de la siguiente manera:

$$1 \in [0,2] \qquad\qquad 3 \in [2,4]$$
$$y_1 = x^2 = (1)^2 = 1 \qquad\qquad y_3 = 2x = 2(3) = 6$$
$$y_2 = \frac{x^2}{2} = \frac{(1)^2}{2} = \frac{1}{2} \qquad\qquad y_2 = \frac{x^2}{2} = \frac{(3)^2}{2} = \frac{9}{2}$$
$$y_1 > y_2 \qquad\qquad y_3 > y_2$$

Inmediatamente se establecen los datos para luego escribir las integrales definidas correspondientes a la solución del problema

Límite inferior$A_1$ : 0 Límite inferior $A_2$: 2
Límite superior $A_1$: 2 Límite superior $A_2$: 4
Función minuendo $A_1$: $x^2$ Función minuendo $A_2$: $2x$

Función sustraendo $A_1$: $\frac{x^2}{2}$ Función sustraendo $A_2$: $\frac{x^2}{2}$

$$A_1 = \int_0^2 \left(x^2 - \frac{x^2}{2}\right) dx = \int_0^2 \frac{x^2}{2} dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{6}[2^3 - 0^3] = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}U^2$$

$$A_2 = \int_2^4 \left(2x - \frac{x^2}{2}\right) dx = 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_2^4 - \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_2^4 = [4^2 - 2^2] - \frac{1}{6}[4^3 - 2^3] = \frac{8}{3}U^2$$

Finalmente, se debe realizar el análisis del resultado obtenido. Como lo obtenido, se trata de áreas parciales, los resultados de las integrales definidas deben adicionarse para terminar de calcular el área parcelada por las tres funciones

$$A = A_1 + A_2 = \frac{4}{3}U^2 + \frac{8}{3}U^2 = \frac{12}{3}U^2 = 4U^2.$$

Así, el área total es de 4 unidades cuadradas.

## Resultados, Análisis e Interpretación

### *Resultados del Estudio de la Organización Matemática del Libro Seleccionado*

Con el análisis realizado en el Cuadro 1, se logró establecer las distintas tareas y las respectivas técnicas planteadas por el autor en el libro de texto. Además, con el resultado de este primer cuadro se logró la construcción del Cuadro 2 por el cual se pudieron evaluar los diferentes tipos de tareas bajo los indicadores de completitud 2, 3, 4, 5 y 6.

En el segundo Cuadro, la mayoría de las tareas cumplía solo con uno o dos indicadores de los cinco propuestos mientras que en relación con los otros tres indicadores, se pudo observar que: en el caso del primer indicador, en la unidad 3, se hacía notoria una estrecha relación entre cada uno de los temas planteados (ver Gráfico

3), a pesar de que el autor, no crea situaciones que lleven al lector a cuestionar la situación inicial y la posibilidad de mejorar o ampliar dicha situación.

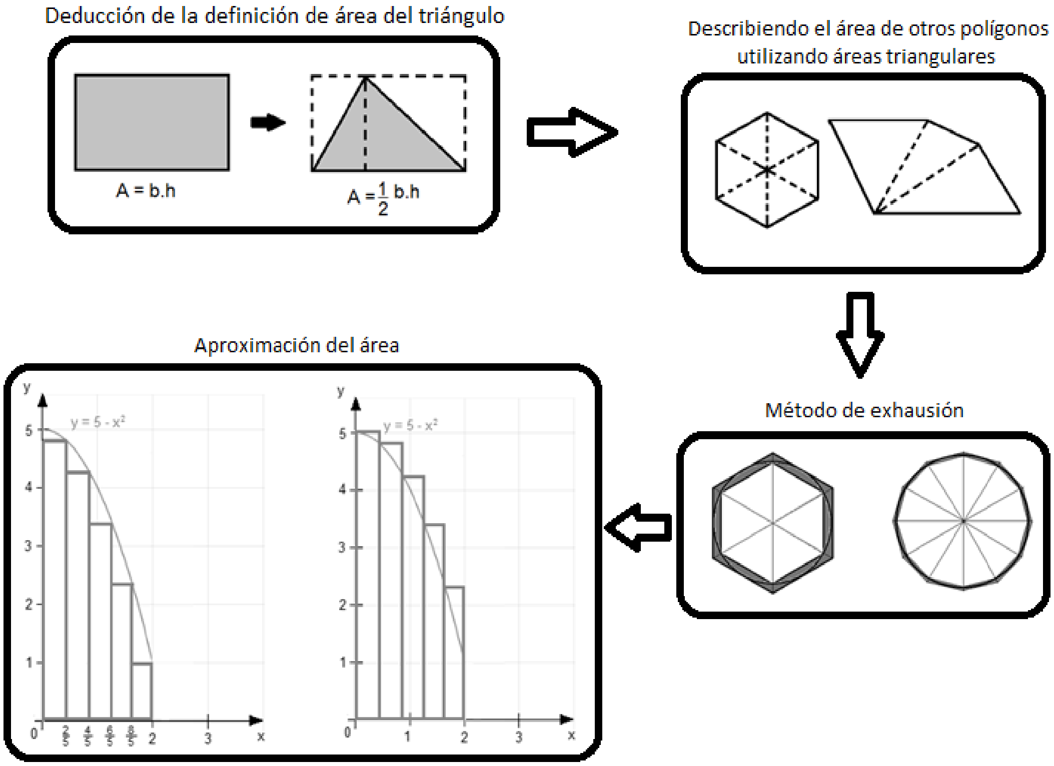


***Gráfico 3.*** Secuencia gráfica parcial de los temas de la Unidad 3 del libro de texto seleccionado

Ahora bien, con respecto al séptimo indicador, al igual que en el indicador anterior, la necesidad de construir técnicas nuevas para ampliar los tipos de tareas está implícita en la unidad 3 del libro, las técnicas van emergiendo en la medida que se va avanzando en las situaciones planteadas por el autor. Y finalmente para el octavo indicador de completitud, no se presentan hipótesis que permitan la emergencia de nuevas técnicas que completen y amplíen la Organización Matemática como se muestra en el Gráfico 4.

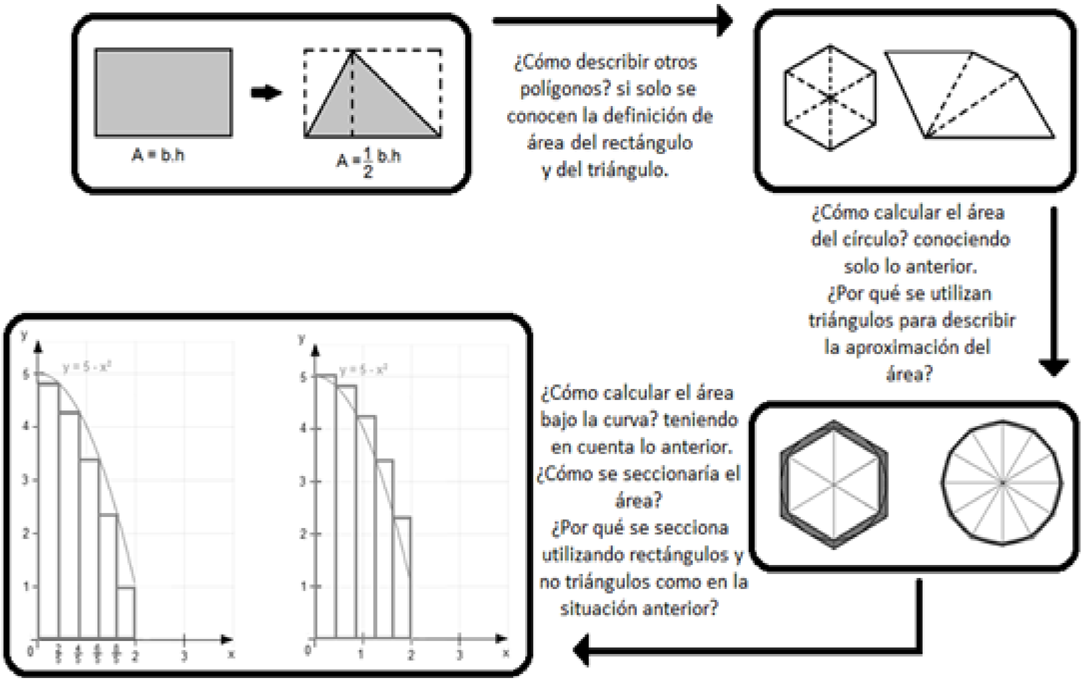


***Gráfico 4***. Cuestiones que podrían permitir la emergencia de nuevas técnicas.

La unidad 3 fue construida de manera minuciosa y tratando de hacer un recorrido por los distintos procedimientos que se presentaron a lo largo de la historia para llegar al concepto de integral definida y su relación con el cálculo del área de una región plana. Mientras que en la unidad 4, una de las más importantes para la investigación que se realizó, no cumplió con los tres indicadores anteriores ni explicita ni implícitamente, además de no establecer como tal una relación entre los temas que componen dicha unidad (por lo menos, no de manera explícita).

Conocida la definición de área bajo la curva, ¿Cuál sería el resultado gráfico y el resultado analítico de la siguiente proposición?

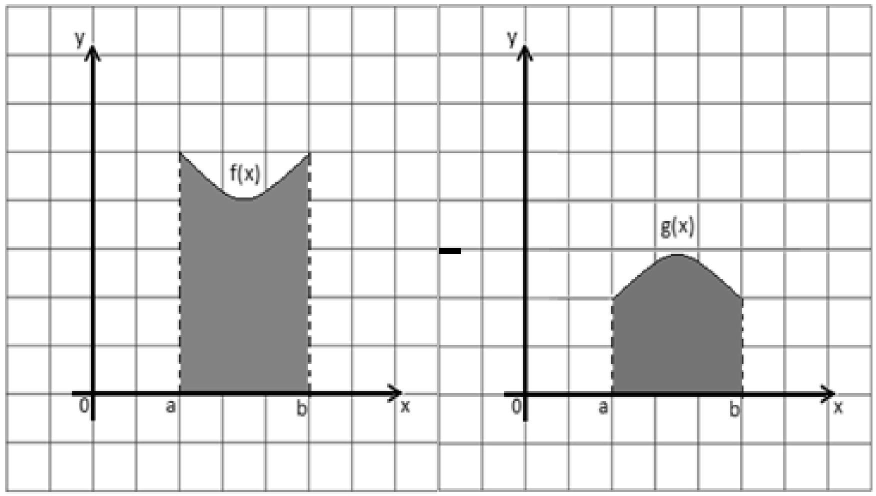


***Gráfico 5*****.** Posible actividad para construir la técnica para el cálculo de área entre curvas

Obtenidos los resultados anteriores, la Organización matemática del libro estudiado, se clasificó como puntual, debido a que el mismo no posee una variedad de tareas y técnicas para el desarrollo del contenido correspondiente a las aplicaciones de la integral definida, es decir, el libro presenta un tipo de tarea al cual solo le corresponde una técnica para su solución lo que puede repercutir en que el aprendizaje sea o no significativo.

***Resultados del Estudio de la Organización Didáctica del Libro Seleccionado***

En cuanto a la Organización Didáctica, como bien es sabido, esta se encuentra constituida por los momentos didácticos, los cuales se evidencian de la siguiente manera en el libro de texto seleccionado.

En el caso de la unidad tres, en varias oportunidades, se evidencian situaciones que podrían ser consideradas como el momento del primer encuentro, por ejemplo, al principio el autor plantea el cálculo del área de un círculo por medio de la inscripción y circunscripción de polígonos regulares, Gráfico 6, que a su vez se pueden descomponer en otros polígonos (triángulos), pero no plantea una hipótesis inicial cuya respuesta pueda justificar el por qué el autor plantea dicha situación y el por qué requiere que la resolución se realice de determinada manera y con determinadas técnicas.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

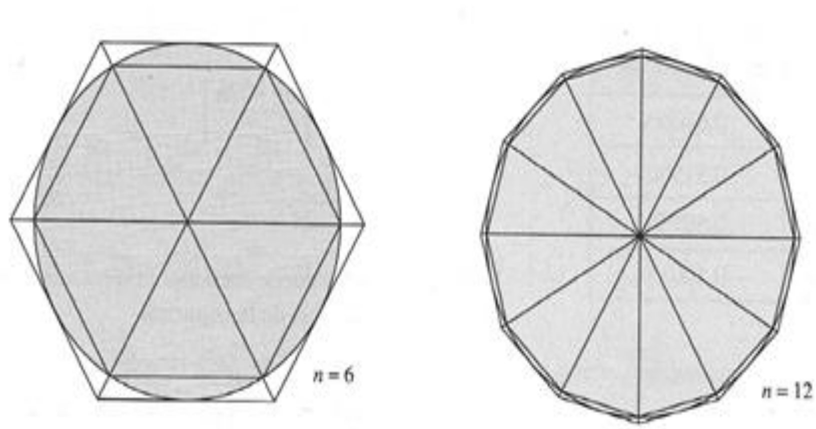


***Gráfico 6***. Inscripción y circunscripción de polígonos regulares. Tomado de «Cálculo Integral. Matemática 2» por Larson, R; Hostetler, R: y Edwars, B. (p. 86)

Aunque previo a esta tarea, el autor establece la relación que existe entre las definiciones de área del rectángulo y del triángulo, con la intensión de mostrar que otros polígonos regulares pueden ser descritos por medio de triángulos (ver Gráfico7) y así establecer de una manera implícita que el cálculo del área, utilizando el proceso de inscripción y circunscripción de polígonos, puede ser descrito de la misma manera.

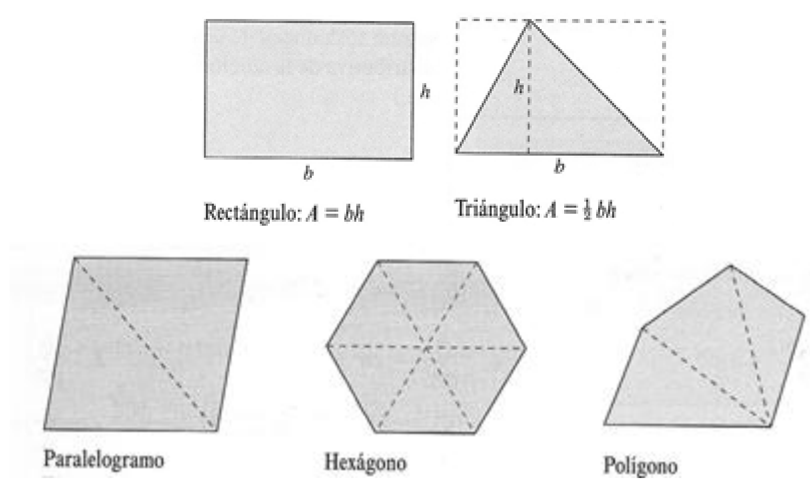


***Gráfico 7*****.** Definiciones de área del rectángulo y del triángulo; y descomposición de otros polígonos regulares en triángulos. Tomado de «Cálculo Integral. Matemática 2» por Larson, R; Hostetler, R: y Edwars, B. (p. 86)

En la misma unidad, se presenta el segundo momento o momento de la exploración, pero de una forma implícita debido a que el autor realiza una exploración, aparentemente arbitraria, de las tareas implicadas y elabora la técnica para dichas tareas. Se dice que la exploración es aparentemente arbitraria, ya que no orienta al lector, a través del uso de preguntas, hacia las situaciones posteriores que expone; por ejemplo, cuando de la primera actividad, donde se calcula una aproximación del área del círculo, pasa al problema del cálculo del área de una región plana, distinta de las figuras planas ya conocidas. En el paso de una situación a otra, hace mención del hecho histórico con el cual tiene relación la situación planteada, pero no muestra la necesidad del estudio de dicha situación.

En la tercera unidad, desde el primer encuentro con el tipo de tareas, el autor establece, implícita o explícitamente relación con el entorno tecnológico – teórico anteriormente elaborado, que precisa en una relación con la técnica; tal es el caso cuando expone la idea inicial, donde establece la relación entre la fórmula y la figura que representan el área del triángulo y la fórmula y figura del rectángulo; para luego de manera similar establecer la relación de otras figuras con la del triángulo. Esta situación le permitió llegar al cálculo del área del círculo haciendo uso de la inscripción y la circunscripción, descomponiendo el polígono regular obtenido en triángulos, lo cual da paso a la aproximación del área de una región plana, seguidamente de la sumas de Riemann, para más tarde establecer la definición de la integral definida hasta llegar a la definición de área bajo la curva en cálculo integral.

También, en la unidad tres, es tangible el cuarto momento, donde el autor facilita un conjunto de tareas adecuadas tanto a nivel analítico como practico. Además, durante el análisis realizado a la tercera unidad, se determinó que el lector, luego de haber terminado dicha unidad, podría distinguir claramente los elementos que han ayudado a la construcción de la técnica y a la resolución del problema, pudiendo de esta manera diferenciar cuales de dichos elementos se han incluido o no en el producto final.

Ahora bien, en el caso de la cuarta unidad, referente a las aplicaciones de la integral, no se presenta el momento del primer encuentro, debido a que el autor inicia directamente con el aspecto tecnológico – teórico, sin presentar una hipótesis inicial. Tampoco se visualiza el momento exploratorio, ya que no existen tareas implicadas en el proceso de elaboración de la técnica, la técnica es proporcionada por el autor aunque el mismo hace referencia en muchas oportunidades a la parte demostrativa o analítica de la técnica dada.

Por otra parte, en la cuarta unidad, el momento del trabajo de la técnica se hace presente en los distintos grupos de ejemplos y problemas planteados, aunque los mismos, no permiten mejorar la técnica para hacerla más fiable. En algunos casos, se observó que la técnica puede ser generalizada y tratar dichos casos como un solo tipo de tareas, lo cual no es aclarado en el texto; esto se evidencia tanto en el cálculo del área como en el cálculo del volumen, por ejemplo, en el apartado referente al cálculo del volumen donde el eje de giro, para cuando se trabaja con secciones verticales, puede ser $y = 0$ o $y \neq 0$, es decir, $y = a$ y el autor lo trabaja como casos separados, estableciendo que cuando el eje de giro es $y = 0$ la técnica a utilizar es $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$ y cuando el eje de giro es $y = a$ la técnica a utilizar es $V = \pi \int_a^b [f(x) - a]^2 \, dx$.

Los libros de texto, como bien lo expresaba Choppin citado por González y Sierra (2004), son para el docente, además de un apoyo, una guía que permite dar una estructura o secuencia al proceso de enseñanza, claro está, tomando en cuenta la jerarquía que presentan los contenido en los libro de texto y los criterios que maneja el docente para planificar su clase. Ahora bien, con este análisis, se logró determinar las situaciones que debían ser objeto de mejoras, ya sea con la implementación de nuevas tareas y técnicas o con la inserción de situaciones que permitan la reflexión y conlleven a justificar la necesidad de construir una nueva técnica que permita dar respuesta de manera efectiva al problema planteado.

**Resultado de Entrevistas**

En la entrevista al informante clave 1, el profesor manifestó que:

- El desarrollo del contenido correspondiente a las aplicaciones de la integral definida depende de: la dinámica del curso, la cantidad de personas que asistan, el nivel de dominio que los estudiantes poseen sobre el tema y los conocimientos previos relacionados con el mismo, entre otros.

- La mayoría de las veces que ha dictado el curso de Cálculo Integral, solo alcanza a desarrollar la primera aplicación geométrica de la Integral Definida (cálculo del área) por las razones expuestas en el ítem anterior.

- La estrategia que utiliza para abordar el tema de aplicaciones de la integral definida es el desarrollo de las sumas Riemman, el cual utiliza para ilustrar el concepto desde el enfoque geométrico, a pesar de la intencionalidad de incluir dicha estrategia, los estudiantes manifiestan tener dificultad debido a la persistencia de algunos obstáculos desde el punto de vista cognitivo (deficiencia o ausencia de conocimientos básicos dentro de la matemática relacionados con el tema).

- Los estudiantes prefieren resolver ejercicios de integrales definidas ya establecidas que problemas donde el análisis de distintos escenarios sea requerido.

El profesor que dio respuesta a la entrevista semiestructurada dirigida al segundo tipo de informante clave, reseñó lo siguiente:

- Su formación académica con respecto a los métodos de integración fue bastante buena, ya que el tiempo dedicado para el estudio de las mismas es más extenso que el dedicado en otras carreras universitarias.

- El estudio de las aplicaciones geométricas y físicas de la integral definida no pudo ser alcanzado durante su formación académica, esto confirma lo expuesto anteriormente por el informante clave 1.

- El hecho anterior, le genera, al informante clave 2, mucha inseguridad a la hora de impartir el contenido, pues en medio de la planificación de la clase surgen dudas a las cuales no sabe cómo responder.

- En vista de la inseguridad que siente y de la importancia que tiene el tema para la carrera a la cual está dirigida la asignatura, ya en clase, expone el tema con temor, sin dar mucho detalle, enfocándolo más hacia la teoría que a la práctica de situaciones más complejas.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

**Resultado de la Evaluación Diagnóstica**

Al revisar la resolución de la evaluación diagnostica aplicada al estudiante, se pudo observar que el mismo solo intentó dar solución a los problemas de cálculo de área y centro de masa. En el caso del cálculo del área, se presentaron tres situaciones distintas: En el primer problema (Encontrar el área de la región delimitada por las gráficas de las ecuaciones $y = 3x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$), el estudiante realizó de manera correcta la representación gráfica utilizando el método de tabulación pero seleccionó de manera incorrecta el área a calcular, a pesar de ello, el planteamiento analítico y su resolución para dar respuesta al cálculo de la misma, fue correcta, haciendo creer que el procedimiento utilizado fue aprendido por el estudiante de manera mecánica (ver Gráfico 8).

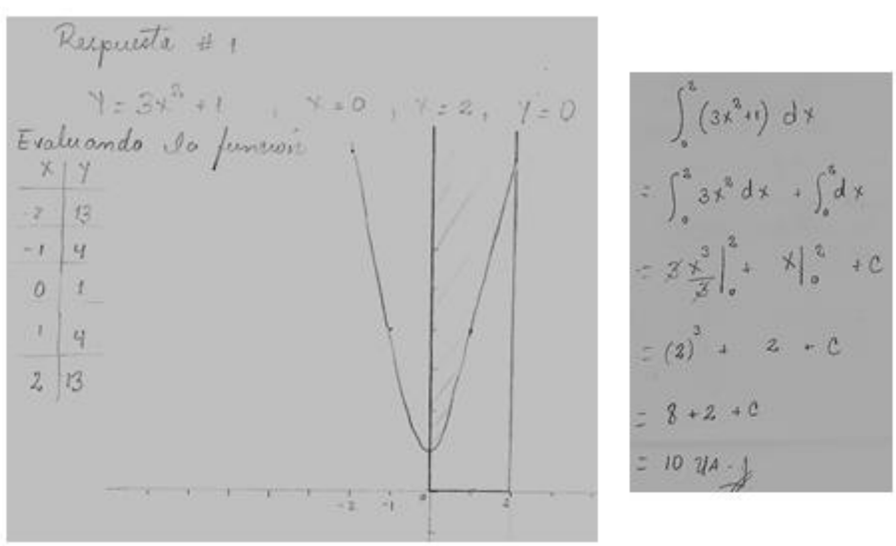


***Gráfico 8***. Solución propuesta por el estudiante para dar respuesta al primer problema de la evaluación diagnostica aplicada

En el segundo problema, parte a, (Encontrar el área de la región delimitada por las gráficas de las ecuaciones $y = x^2$ , $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$ utilizando secciones verticales) el método de tabulación, pareció ser un obstáculo a la hora de limitar la región solución, porque la representación gráfica del área no está culminada, las integrales correspondientes al cálculo de la misma no están planteadas y por lo tanto el estudiante

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1


no llegó a concluir. Al conversar con el estudiante, este manifestó que se le hizo difícil seleccionar el área porque las funciones no llegan a intersectarse por los valores dados a la variable x, expresando además que no se le ocurrió utilizar sistemas de ecuaciones para conocer los limites laterales debido a que estaba acostumbrado a resolver problemas donde tres de las gráficas corresponden a funciones constantes y los límites de integración no necesitan ser calculados por estar representados por dos de ellas.

Además, a diferencia del problema anterior, el estudiante, no planteó la o las integrales solución exponiendo que al no conocer los límites de integración y al no tener una representación gráfica que le permitiera visualizar cuál era la función integrando (ver Gráfico 9), le fue difícil establecer la respuesta a dicho problema.

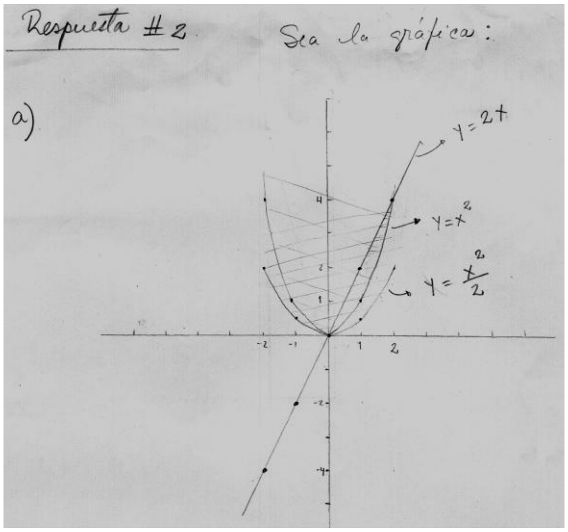


***Gráfico 9***. Solución propuesta por el estudiante para dar respuesta al segundo problema de la evaluación diagnostica aplicada

En el caso del segundo problema, parte b, donde se pedía calcular el área comprendida entre la curvas $x = y^2$, $x = y + 2$ haciendo uso de secciones horizontales, el estudiante, logró realizar la representación gráfica de manera correcta haciendo uso del método de tabulación, explicando además que nuevamente tuvo dificultad para establecer los límites de integración porque visualizó el problema como dos áreas y que por tales razones no supo cómo plantear la integral (ver Gráfico 10).

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

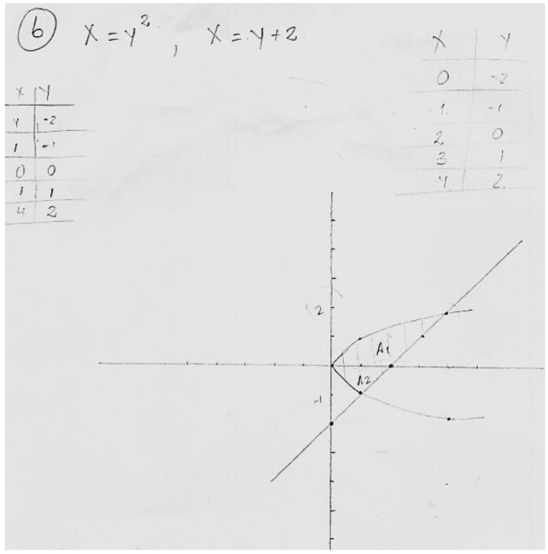


***Gráfico 10.*** Solución propuesta por el estudiante para dar respuesta al tercer problema de la evaluación diagnostica aplicada

Para el octavo problema (Encontrar el centro de masa de la lámina de densidad uniforme $\rho$ acotada por la gráfica de $f(x) = 4 - x^2$ , el eje $ox$ y el eje $y$), el estudiante, continuó utilizando el método de tabulación para realizar la representación gráfica, aunque por el planteamiento y la resolución presentada, parece haberla confundido con el cálculo del área bajo la curva debido a las características de la integral que presenta, como tampoco planteó en ningún momento las integrales y procedimientos correspondientes al cálculo de centro de masa.

## Conclusiones Pedagógicas

Ahora bien, con base en el análisis realizado al libro de texto seleccionado y las entrevistas concedidas por los profesores de matemáticas, se pudieron determinar elementos importantes para la construcción de la secuencia didáctica. En el caso de la Organización Matemática y Didáctica del libro de texto, descritas anteriormente, se logró observar que a pesar de que las tareas correspondientes al cálculo del área mantenían una secuencia bien estructurada, no evidenciaban la conexión existente entre las mismas, es decir, solo dejaban entrever el porqué del uso de la integral definida para el cálculo del área pero no permitían la reflexión sobre la necesidad de ampliar la cuestión inicial.

Sin embargo, en la cuarta unidad del libro de texto donde se encuentra el tema principal de la investigación realizada, los aspectos teóricos-tecnológicos se presentan de una forma muy puntual, es decir no se observa suficiente número de tareas que permitan la construcción y comprensión del procedimiento a utilizar dentro del cálculo del área y del volumen; por otro lado, se tiene un punto a favor, ya que al introducir la definición de cada uno de los objetos mencionados, el autor hace referencia a algunos elementos que repercuten de alguna manera u otra en la comprensión de la estructura que posee la definición como se muestra en el Gráfico 11; lo cual fue tomado en cuenta para la construcción de algunas tareas de la secuencia didáctica.

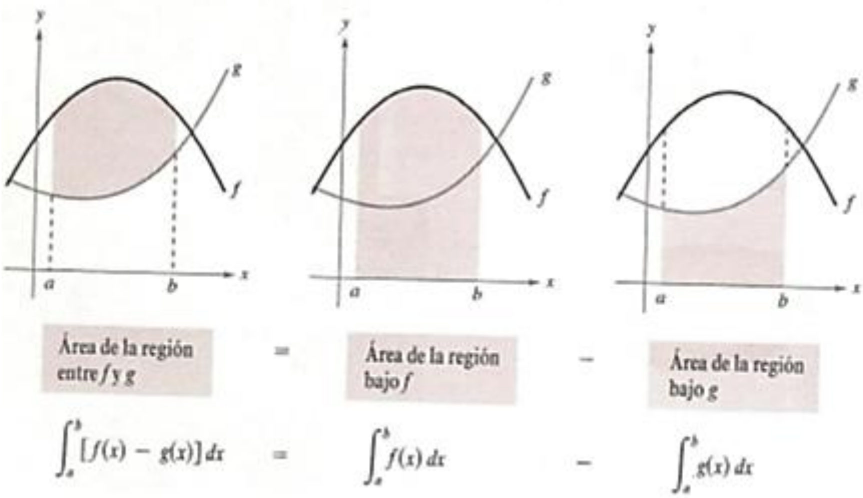


***Gráfico 11.*** Interpretación de la definición de área entre curvas. Tomado de «Cálculo Integral. Matemática 2» por Larson, R; Hostetler, R: y Edwars, B. (p. 148)

Lo anterior, permitió tomar una decisión en cuanto a qué actividades de las unidades del texto evaluado, debían mantenerse dentro de la secuencia didáctica, qué elementos didácticos se podían incluir para enlazar las tareas y darle sentido al estudio que se estaba realizando y qué tareas se podían adicionar para reforzar la comprensión del proceso de construcción de la técnica referente al objeto de estudio.

En cuanto a las entrevistas concedidas por los profesores de matemáticas, estas permitieron establecer hasta qué punto es cumplido el programa de Cálculo Integral dentro de la especialidad de Matemática de la UPEL-Maracay, exponiendo además, las razones por las cuales no logran ser estudiadas del todo las aplicaciones de la integral definida.

Dentro de las razones expuestas, que fueron consideradas al momento de construir la secuencia didáctica, se encuentran las siguientes:

- Las deficiencias que poseen los estudiantes en cuanto a la representación gráfica de una función, ya sea por el desconocimiento de las características fundamentales de la gráfica o porque poseen un limitado repertorio en cuanto a métodos de graficación se refiere (lo cual se pudo observar en la evaluación diagnóstica).

- El desconocimiento de algunas nociones físicas que son necesarias para el desarrollo de algunas definiciones.

- La dificultad que presenta el estudiante al momento de dar interpretación al problema planteado, debido a que no toma en cuenta conocimientos previos como, sistemas de ecuaciones, puntos de discontinuidad de una función, funciones positivas o negativas, entorno, entre otros.

Además, en los resultados de la evaluación diagnostica aplicada, se lograron evidenciar las fortalezas y dificultades a las cuales hacían referencia los profesores en sus respectivas entrevistas, desde el dominio que tiene el estudiante en la solución de una integral dada, debido al estudio extensivo que se realiza sobre los métodos de integración hasta las dificultades que poseen los mismos en cuanto a métodos de graficación e interpretación de problemas se refiere por la carencia de conocimientos de contenidos afines al estudiado.

Con toda esta información, finalmente se logró el diseño de diferentes tareas que permitieran construir desde la perspectiva del estudiante las técnicas para el estudio del objeto matemático deseado, aunque por las limitaciones expuestas por el profesor que posee experiencia en el curso de Cálculo Integral de la UPEL-Maracay, la secuencia se tuvo que limitar a dos aplicaciones como lo son el cálculo del área de una región plana y el cálculo de volumen de un sólido de revolución.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2020. Vol. 17, N° 1
Revista Multidisciplinaria Dialógica

## REFERENCIAS


Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques* [Revista en línea], 19, pp. 221-266. Disponible: http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/praticamatema/referencias/practica_marcosteoricos3/Chevallard_Teoria_Antropologica.pdf [Consulta: 2014, Enero 9]

Chevallard, Y., Bosch, M y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje* [Libro en línea]. TAD grupo de investigación en Teoría antropológica de lo didáctico: Horsori. Disponible:http://curriculares.files.wordpress.com/2011/09/el_eslabon_perdido.pdf [Consulta: 2014, Abril 22]

Fonseca, C. (2004). Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria [Versión completa en línea]. Universidad de Vigo. Disponible: http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/TESIS__en__PDF.pdf [Consulta: 2015, febrero 22]

González, M. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de la ciencia* [Revista en línea], pp. 389 – 408. Disponible: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/21990/21824 [Consulta: 2016, Junio 29]

Larson, R., Hostetler, R. y Edwars, B (2009). *Cálculo Integral. Matemática 2*. Nueva York: Estados Unidos: McGraw-Hill Univ.

Mayorga, L. (2013). Organizaciones Matemáticas en el libro de texto. Un estudio en el contenido de función lineal en el tercer año de educación media venezolana. *Revista Ciencias de la Educación* [Revista en línea], pp. 69 – 82. Disponible: http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/n42/art04.pdf [Consulta: 2016, Abril 24]

Savater, F. (2005). El sentido de educar. *Altablero* [Periódico en línea], 5. Disponible: http://www.mineducacion.gov.co/1621/propertyvalues-31232_tablero_pdf.pdf [Consulta: 2016, Julio 18]

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Vicerrectorado de investigación y Postgrado. (2011). *Manual de trabajos de grado de especialización y maestría y tesis doctorales*. Caracas: Autor.

***Síntesis Curricular***

***Kenny Cecilia Piña Alba***

Nacida un 28 de febrero en la ciudad de Maracay del estado Aragua. Egresada del Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara" como: Profesora de matemática (2010) y Magister en Educación. Mención Enseñanza de la Matemática (2017). Cursante del Doctorado de Educación Matemática de la Cohorte 2017 en la misma casa de estudios. Laboró: tres años en el Colegio "La Concepción" como profesora de matemática de segundo y tercer año de educación básica; seis semestres en su casa de estudio, dictando cursos dentro y fuera de la especialidad de Matemática y ha dictado curso del ciclo básico de ingeniería civil en la UNEFA-Núcleo Aragua Sede Maracay desde el año 2013.