

BARRERAS COGNITIVAS EN EL MANEJO DE ESTRUCTURAS ADITIVAS: ANÁLISIS DE CASOS EN SEGUNDO GRADO

Luz Marina Palacios Ibarguen¹

Impalaciosibarguen@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-3507-587X>

Institución Educativa

Mariscal Robledo.

Distrito de Medellín, Departamento de Antioquia.

Colombia

Recibido: 07/11/2025

Revisado: 10/12/2025

Aprobado: 19/01/2026

RESUMEN

Esta investigación cualitativa exploratoria-descriptiva analizó las barreras cognitivas que enfrentan estudiantes de segundo grado al interpretar enunciados verbales con estructuras aditivas. Se empleó metodología de estudio de casos múltiples con 15 estudiantes de 7 a 9 años distribuidos en tres instituciones públicas de Antioquia, Colombia, durante el período 2016-2017. La recolección de datos se realizó mediante tres instrumentos escritos fundamentados en la teoría del pensamiento numérico, evaluando dimensiones como secuencia numérica, valor posicional, cardinalidad y resolución de problemas. El análisis se basó en triangulación de respuestas estudiantiles, observaciones directas y contrastación teórica, identificando cinco categorías emergentes mediante codificación manual. Los hallazgos revelan que el valor posicional constituye la barrera más generalizada, afectando al 93.3% de participantes, quienes manipulan símbolos sin comprensión semántica de la notación posicional. Ningún estudiante alcanzó el nivel de cadena bidimensional, lo que contradice expectativas curriculares. La dependencia del material concreto resultó evidente con diferencias superiores a 50 puntos porcentuales entre problemas con y sin apoyo visual. Los problemas con incógnita en posición inicial mostraron solo 20% de resolución exitosa.

¹ Magister en Educación Matemática. Licenciada en Educación Infantil con Énfasis en Matemáticas, Docente de Básica Primaria en el Distrito de Medellín, Departamento de Antioquia, Institución Educativa Mariscal Robledo.

Los patrones de dificultad convergieron notablemente entre las tres instituciones independientemente de sus diferencias contextuales. Se concluye la necesidad de implementar diagnósticos diferenciados por niveles de secuencia numérica, graduación en la transición hacia abstracción, y enfoque prolongado sobre valor posicional que trascienda ejercicios mecánicos para construir referentes semánticos mediante experiencias de agrupamiento físico.

Palabras clave: barreras cognitivas, educación primaria, estructuras aditivas, pensamiento numérico, problemas verbales.

COGNITIVE BARRIERS IN HANDLING ADDITIVE STRUCTURES: CASE ANALYSIS IN SECOND GRADE

ABSTRACT

This qualitative exploratory-descriptive research analyzed cognitive barriers faced by second-grade students when interpreting verbal statements with additive structures. A multiple case study methodology was employed with 15 students aged 7 to 9 years distributed across three public institutions in Antioquia, Colombia, during the 2016-2017 period. Data collection was conducted through three written instruments based on numerical thinking theory, evaluating dimensions such as numerical sequence, place value, cardinality, and problem-solving. Analysis was based on triangulation of student responses, direct observations, and theoretical contrast, identifying five emerging categories through manual coding. Findings reveal that place value constitutes the most widespread barrier, affecting 93.3% of participants who manipulate symbols without semantic understanding of positional notation. No student reached the bidimensional chain level, contradicting curricular expectations. Dependence on concrete materials was evident with differences exceeding 50 percentage points between problems with and without visual support. Problems with unknowns in initial position showed only 20% successful resolution. Difficulty patterns converged notably among the three institutions regardless of their contextual differences. The need to implement differentiated diagnostics by numerical sequence levels, gradual transition toward abstraction, and prolonged focus on place value that transcends mechanical exercises to construct semantic referents through physical grouping experiences is concluded.

Keywords. cognitive barriers, primary education, additive structures, numerical thinking, verbal problems.

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo del pensamiento numérico en los primeros años de escolaridad constituye la base fundamental para el aprendizaje matemático posterior, siendo las estructuras aditivas uno de los conceptos más relevantes en este proceso. Sin embargo, numerosos estudios evidencian que los estudiantes enfrentan barreras cognitivas significativas al interpretar y resolver problemas verbales que involucran operaciones de suma y resta (Castro et al., 1995; Verschaffel, 1992). Estas dificultades no solo afectan el rendimiento académico inmediato, sino que pueden generar obstáculos persistentes en el desarrollo de competencias matemáticas más complejas. La comprensión de estas barreras resulta crucial para diseñar estrategias pedagógicas efectivas que permitan a los estudiantes construir bases sólidas en el pensamiento aritmético, particularmente durante el período crítico de los 7 a 9 años de edad, cuando se consolidan los conceptos numéricos básicos.

En el contexto educativo colombiano y en las aulas de educación primaria, donde se evidencia esta problemática en tanto que los resultados de las pruebas estandarizadas revelan deficiencias persistentes en el área de matemáticas, especialmente en los grados iniciales de la educación básica primaria. Las evaluaciones SABER de los últimos años muestran que un porcentaje considerable de estudiantes no alcanza los niveles esperados en competencias relacionadas con el pensamiento numérico y la resolución de problemas aritméticos (MEN, 2018). Esta situación se agrava

cuando se considera que muchas instituciones educativas, particularmente en contextos socioeconómicos vulnerables, carecen de recursos y estrategias metodológicas adecuadas para abordar estas dificultades de manera efectiva. La identificación temprana de las barreras cognitivas específicas que enfrentan los estudiantes de segundo grado permitiría desarrollar intervenciones pedagógicas más precisas y oportunas.

Los antecedentes investigativos en el campo de las estructuras aditivas han abordado diversos aspectos de esta problemática desde diferentes perspectivas teóricas y metodológicas. Carpenter y Moser (1984) establecieron una clasificación fundamental de los problemas aditivos que ha servido de base para investigaciones posteriores, identificando categorías como cambio, combinación, comparación e igualación. Por su parte, Vergnaud (1991) desarrolló la teoría de los campos conceptuales, proporcionando un marco teórico robusto para comprender cómo los estudiantes construyen el significado de las operaciones aritméticas. Fuson (1992) ha documentado extensamente las dificultades que enfrentan los niños en el desarrollo de conceptos numéricos, mientras que Kamii (1985) ha enfatizado la importancia del enfoque constructivista en la enseñanza de las matemáticas elementales.

El objetivo general de esta investigación consiste en analizar las barreras cognitivas que presentan los estudiantes de segundo grado al interpretar y resolver enunciados verbales con estructuras aditivas en instituciones educativas de Antioquia.

Los objetivos específicos incluyen: identificar los principales obstáculos cognitivos que dificultan la comprensión de problemas aditivos verbales, caracterizar las estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes según su nivel de desarrollo del pensamiento numérico, y establecer relaciones entre las dificultades observadas y los factores contextuales del proceso de enseñanza-aprendizaje. A partir de estos propósitos, se formuló la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son las principales barreras cognitivas que enfrentan los estudiantes de segundo grado al interpretar enunciados verbales con estructuras aditivas, y cómo se manifiestan estas dificultades en sus procesos de resolución?

La investigación se desarrolló durante el período académico 2016-2017 en tres instituciones educativas públicas del Departamento de Antioquia, Colombia: I E Fe y Alegría La Cima (Medellín), I E José Antonio Galán (La Estrella) e I E Guillermo Aguilar (Yolombó), seleccionadas por su diversidad en términos de contexto socioeconómico y ubicación geográfica (urbano y rural). El estudio adopta un enfoque cualitativo de tipo exploratorio, utilizando la metodología de estudio de casos múltiples según Stake (2020) para profundizar en la comprensión de las dificultades específicas que experimentan los estudiantes. La muestra incluye 15 estudiantes de segundo grado con edades entre 7 y 9 años (5 estudiantes por institución), quienes participaron voluntariamente en las actividades de investigación junto con sus docentes de matemáticas. El marco teórico se fundamenta en los aportes de Castro, Rico y Castro (1995) sobre pensamiento numérico y estructuras aditivas, complementado con las contribuciones de Piaget sobre desarrollo

cognitivo y las categorías de problemas aditivos de Nesher. La investigación se realizó sin financiamiento externo, con apoyo de becas otorgadas por el Municipio de Medellín (Agencia Sapiencia) y el Departamento de Antioquia para formación docente.

El presente artículo se organiza en cuatro secciones principales que documentan el proceso investigativo y sus hallazgos. La primera sección desarrolla el marco teórico, abordando los fundamentos del pensamiento numérico, las características de las estructuras aditivas y las principales teorías sobre desarrollo cognitivo matemático en la infancia. La segunda sección describe la metodología empleada, detallando el diseño de investigación, los criterios de selección de participantes, los instrumentos de recolección de datos y los procedimientos de análisis. La tercera sección presenta los resultados obtenidos, organizados según las categorías de análisis establecidas e ilustrados con evidencias empíricas de los casos estudiados. Finalmente, la cuarta sección desarrolla la discusión de los hallazgos, estableciendo conexiones con la literatura existente y formulando conclusiones relevantes para la práctica educativa y la investigación futura en didáctica de las matemáticas.

2. MARCO TEÓRICO O REFERENTE TEÓRICO

El pensamiento numérico en la infancia no surge espontáneamente, sino que se construye gradualmente a partir de experiencias cotidianas con cantidades. Baroody (1987) observó que los escolares llegan al aula con conocimientos informales considerables sobre números, pero este bagaje a menudo permanece desconectado de los procedimientos formales que intentan enseñarles los docentes. Cuando un infante cuenta "uno, dos, tres, cuatro, cinco" mientras toca objetos, está demostrando una comprensión implícita de principios complejos que German y Gallistel (1978) identificaron como fundamentales: cada elemento debe recibir exactamente una palabra numérica, las palabras deben decirse en un orden fijo, y la última palabra pronunciada indica cuántos objetos hay en total. Sin embargo, dominar estos principios en el contexto del conteo no garantiza que el menor pueda aplicarlos cuando se enfrenta a un problema verbal como "Sofía tenía 7 *stickers* y le regaló algunos a su primo, ahora le quedan 4, ¿cuántos le regaló?"

La transición del conteo concreto hacia la comprensión de las estructuras aditivas implica varios saltos conceptuales que muchos escolares encuentran complicados. Fuson (1988) documentó cómo los aprendices progresan a través de diferentes niveles en su manejo de la secuencia numérica, desde simplemente recitar los números como una canción hasta poder comenzar a contar desde cualquier cifra y moverse en ambas direcciones. Este desarrollo no es uniforme ni predecible: un menor puede enumerar

perfectamente del 1 al 20 pero quedarse paralizado cuando necesita contar hacia atrás desde 15 o comenzar desde 8. Según Piaget (1952), los conceptos numéricos básicos no se consolidan completamente hasta alrededor de los 7 años, precisamente cuando los infantes ingresan a segundo grado y se espera que resuelvan ejercicios aditivos cada vez más complejos. Esta coincidencia temporal explica por qué tantos aprendices experimentan dificultades en este nivel escolar específico.

Las estructuras aditivas presentan desafíos particulares porque requieren que los menores comprendan no solo los números en sí mismos, sino también las relaciones entre ellos. Carpenter y Moser (1984) identificaron diferentes tipos de ejercicios aditivos que varían dramáticamente en su nivel de dificultad, aunque a primera vista puedan parecer similares. Un ejercicio de "juntar" como "Ana tenía 5 caramelos y María le dio 3 más, ¿cuántos tiene ahora?" resulta relativamente fácil para la mayoría de escolares porque pueden modelarlo directamente contando objetos. En contraste, un ejercicio de "separar" como "Luis tenía algunos juguetes, regaló 4 y le quedaron 6, ¿cuántos tenía al principio?" requiere un tipo de razonamiento hacia atrás que muchos infantes de segundo grado aún no han desarrollado. Resnick (1983) explicó que estas diferencias reflejan distintos niveles de abstracción: mientras que algunos ejercicios pueden resolverse mediante conteo directo, otros requieren comprender que las operaciones pueden "deshacerse" o invertirse.

La clasificación de ejercicios verbales desarrollada por diferentes investigadores revela la complejidad subyacente de lo que superficialmente parece matemática simple. Los ejercicios de cambio involucran una transformación temporal donde algo se añade o se quita, los de combinación requieren pensar sobre partes y totalidades sin acción temporal, y los de comparación exigen establecer relaciones entre cantidades diferentes. Cada categoría presenta sus propios obstáculos cognitivos. Kamii (1985) observó que los infantes a menudo pueden resolver un tipo de ejercicio, pero fallar completamente con otro que involucra los mismos números y la misma operación, simplemente porque la estructura subyacente es diferente. Un escolar puede calcular correctamente $8 - 3 = 5$ en una hoja de ejercicios, pero no lograr resolver "María tenía 8 dulces, comió algunos y le quedaron 5, ¿cuántos comió?" porque no reconoce que ambas situaciones requieren la misma operación matemática.

Los errores que cometen los aprendices al resolver ejercicios verbales aditivos no son aleatorios, sino que reflejan concepciones sistemáticas sobre cómo funcionan los números y las operaciones. Baroody (1987) documentó patrones recurrentes: algunos menores siempre suman las dos cifras que aparecen en un ejercicio, independientemente del contexto; otros se confunden cuando el número más grande no aparece primero en el enunciado; muchos no saben qué hacer cuando la incógnita no está al final de la oración. Estos patrones sugieren que los escolares están aplicando reglas implícitas que han construido a partir de experiencias previas, pero que no necesariamente corresponden con la lógica matemática del ejercicio. German y Gallistel

(1978) enfatizaron que comprender por qué los infantes cometen ciertos errores es tan importante como identificar las respuestas correctas, porque los errores revelan las estructuras conceptuales que los aprendices están utilizando para dar sentido a las matemáticas.

3. METODOLOGÍA

3.4 3.1 ENFOQUE

Este trabajo se desarrolló desde una perspectiva cualitativa con alcance exploratorio-descriptivo. La elección cualitativa respondió a la necesidad de acceder a procesos cognitivos que difícilmente podrían captarse mediante cuestionarios cerrados o pruebas estandarizadas (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). El componente exploratorio se justificó porque la literatura sobre barreras cognitivas específicas en contextos educativos colombianos era limitada, requiriendo una primera aproximación sistemática al fenómeno. La dimensión descriptiva permitió documentar detalladamente las acciones, errores y razonamientos de los niños durante la resolución de problemas, generando categorías de análisis emergentes desde los datos mismos.

La estrategia metodológica adoptada fue el estudio de casos múltiples según Stake (2020), método que posibilita examinar un fenómeno desde diferentes contextos

sin perder profundidad analítica. Los tres casos institucionales —ubicados en distintos entornos socioeconómicos y geográficos— funcionaron como unidades de análisis independientes que posteriormente se compararon para identificar patrones comunes y divergencias contextuales. Yin (2009) distingue este tipo de generalización analítica de la generalización estadística: los hallazgos fortalecen teorías existentes mediante evidencia empírica situada, sin pretender representatividad poblacional. Esta aproximación facilitó comprender la complejidad del pensamiento aritmético infantil en sus múltiples manifestaciones.

3.5 3.2 UNIDAD DE ANÁLISIS

La población total abarcó 95 estudiantes de segundo grado distribuidos en tres instituciones públicas de Antioquia: Fe y Alegría La Cima en Medellín (37 estudiantes), José Antonio Galán en La Estrella (31 estudiantes) y Guillermo Aguilar en Yolombó (27 estudiantes). De este universo se seleccionaron 15 participantes mediante muestreo por conveniencia, eligiendo 5 estudiantes por institución. Los criterios de inclusión contemplaron: estar cursando segundo grado, tener entre 7 y 9 años, contar con autorización familiar para participar, y mostrar disposición voluntaria para asistir a sesiones extraescolares. Se excluyeron estudiantes con diagnósticos de necesidades educativas especiales que requirieran adaptaciones curriculares significativas, así como aquellos cuya asistencia irregular pudiera comprometer la continuidad del seguimiento.

La selección priorizó estudiantes de estratos socioeconómicos 1 y 2, reflejando la composición mayoritaria de las instituciones participantes. Cada familia firmó un consentimiento informado donde se explicaron los propósitos académicos del trabajo, garantizando confidencialidad mediante el uso de códigos alfanuméricos para identificar a los niños (E_1M , E_2M ... E_5L). Las sesiones se desarrollaron durante cinco horas semanales en horario extracurricular entre febrero y noviembre de 2017, permitiendo a los estudiantes retirarse en cualquier momento sin consecuencias académicas. Los datos recogidos se resguardaron exclusivamente para análisis investigativo, sin compartirse con instancias evaluativas institucionales ni afectar las calificaciones escolares de los participantes.

3.6 3.3 TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE DATOS

La recolección de información se realizó mediante tres instrumentos escritos diseñados específicamente para este estudio, fundamentados en la teoría del pensamiento numérico de Castro et al. (1995) y las categorías de problemas aditivos de Neshet. El primer instrumento, denominado guía diagnóstica, constó de 10 preguntas orientadas a identificar el nivel inicial de los estudiantes en cuatro dimensiones: dominio de la secuencia numérica, comprensión del valor posicional, manejo de cardinalidad y capacidad de resolución de problemas verbales simples. Este instrumento incluyó

preguntas de conteo directo ("¿Cuántos niños hay en tu grupo?"), ejercicios de completar series numéricas, comparación de cantidades con diferentes representaciones (montones versus unidades), operaciones básicas con números de uno y dos dígitos, y situaciones problema contextualizadas en compras con valores hasta cuatro dígitos. La construcción de estas preguntas consideró los cinco niveles de secuencia propuestos por Fuson (1992) y los principios lógicos de conteo documentados por German y Gallistel (1978).

El segundo instrumento, guía de aplicación número uno, se centró específicamente en problemas de combinación o parte-todo según la taxonomía de Nesher (como se citó en Castro et al., 1995). Este instrumento presentó ocho preguntas organizadas alrededor de un conjunto pictórico de ocho juguetes divididos en dos subconjuntos (cinco aviones y tres carritos), requiriendo que los estudiantes realizaran operaciones de unión, separación y comparación entre estos subconjuntos. Las preguntas evaluaron capacidad para representar conjuntos mediante dibujos, escribir operaciones aritméticas correspondientes, establecer relaciones de "más que" y "menos que", y resolver problemas de complemento (cuántos elementos faltan para igualar dos conjuntos). El tercer instrumento, guía de aplicación número dos, amplió el espectro hacia las cuatro categorías de problemas aditivos: cambio, combinación, comparación e igualación. Constó de cinco preguntas de selección múltiple contextualizadas en situaciones de compra, conteo de colecciones y consumo de servicios, involucrando

cantidades de hasta cuatro dígitos para evaluar simultáneamente comprensión de estructuras aditivas y manejo de valor posicional en contextos realistas.

Cada instrumento se aplicó en sesiones independientes separadas por intervalos de dos semanas, permitiendo que los estudiantes procesaran los aprendizajes entre aplicaciones sin generar fatiga cognitiva. Las guías se resolvieron individualmente con presencia de los investigadores, quienes registraron observaciones sobre estrategias empleadas, uso de material concreto, verbalizaciones espontáneas y manifestaciones de frustración o confianza. No se estableció límite de tiempo, respetando el ritmo individual de cada estudiante, aunque se registró el tiempo empleado como dato complementario. Los instrumentos no contemplaban escalas tipo Likert ni mediciones actitudinales, centrándose exclusivamente en desempeño cognitivo observable. Las dimensiones evaluadas correspondieron a los constructos teóricos de Castro et al. (1995): contextos numéricos (secuencia, recuento, cardinal, ordinal), niveles de abstracción (concreto, pictórico, simbólico), y categorías de estructuras aditivas (cambio-unión, cambio-separación, combinación, comparación).

3.7 PROCESAMIENTO DE ANÁLISIS

El procesamiento de información siguió un enfoque descriptivo-analítico mediante triangulación de fuentes: respuestas de los estudiantes en las guías aplicadas, observaciones directas durante las sesiones de trabajo y contrastación con el marco

teórico de Castro et al. (1995). Inicialmente se revisaron las 45 guías completas (15 estudiantes $\times$ 3 instrumentos), identificando patrones recurrentes en errores, estrategias exitosas y obstáculos cognitivos. Este primer acercamiento permitió detectar cinco categorías emergentes: manejo del valor posicional, nivel de abstracción matemática, dependencia del material concreto, comprensión de relaciones numéricas y estrategias de conteo. Cada categoría se desagregó en subcategorías según los niveles propuestos por Fuson (1992) sobre secuencia numérica, los principios de German y Gallistel (1978) respecto al conteo, y la clasificación de problemas aditivos desarrollada por Nesher (como se citó en Castro et al., 1995).

El análisis se realizó manualmente sin apoyo de software especializado, registrando evidencias textuales y gráficas de cada estudiante en matrices comparativas por institución. Los niveles de conteo se determinaron contrastando las respuestas con los cinco estadios teóricos propuestos por Fuson (1992): nivel cuerdo, cadena irrompible, cadena rompible, cadena numerable y cadena bidimensional. Para las categorías de problemas aditivos se clasificaron las respuestas según correspondieran a situaciones de cambio, combinación, comparación o igualación (Castro et al., 1995), documentando tanto aciertos como errores sistemáticos. La triangulación final comparó los hallazgos de las tres instituciones, buscando convergencias y divergencias contextuales siguiendo los lineamientos de Stake (2020) para estudios de casos múltiples. Este proceso iterativo de codificación, categorización y comparación permitió construir interpretaciones fundamentadas en evidencia empírica concreta.

4. RESULTADOS

4.4 4.1 CARACTERIZACIÓN DE LOS NIVELES DE PENSAMIENTO NUMÉRICO

El análisis de las guías diagnósticas reveló que los 15 estudiantes evaluados se distribuyen heterogéneamente en los niveles de secuencia numérica propuestos por Fuson (1992). La Tabla 1 sintetiza esta distribución por institución, evidenciando que ningún estudiante alcanzó consistentemente el nivel de cadena bidimensional en todas las tareas propuestas.

Tabla 1

Distribución de estudiantes según niveles de secuencia numérica

Nivel	Fe y Alegría	José A. Galán	G. Aguilar	Total	%
Cadena irrompible	1	2	1	4	26.7
Cadena rompible	2	2	3	7	46.7
Cadena numerable	2	1	1	4	26.7
Cadena bidimensional	0	0	0	0	0

Nota. n = 15. Elaboración propia.

La ausencia de estudiantes en el nivel de cadena bidimensional contradice las expectativas curriculares para segundo grado, donde se anticipa que los niños puedan contar hacia adelante y atrás desde cualquier número (Castro et al., 1995). Los

estudiantes en nivel de cadena irrompible (26.7%) mostraron dependencia absoluta de iniciar el conteo desde el uno, incluso cuando la tarea requería contar desde otro número. Por ejemplo, al solicitar contar desde 8 hasta 12, E₃L reiniciaba desde uno hasta llegar a ocho, para luego continuar la secuencia solicitada. Esta estrategia, aunque funcionalmente efectiva, resulta ineficiente y sugiere una concepción rígida de la secuencia numérica como entidad indivisible (Fuson, 1992).

Los estudiantes ubicados en cadena rompible (46.7%) lograron iniciar conteos desde números distintos a uno, pero presentaron dificultades para retroceder en la secuencia. La pregunta 8 de la guía diagnóstica —que requería comparar $9+10$ versus $20-5$ — evidenció esta limitación: mientras 12 estudiantes resolvieron correctamente la suma, solo 6 ejecutaron apropiadamente la resta. Los errores en sustracción no fueron aleatorios sino sistemáticos: predominó la estrategia de restar el número menor al mayor independientemente de su posición (calcular $20-5$ como $5-0=5$), patrón documentado previamente por Carpenter y Moser (1984) como bug de inversión. Este hallazgo sugiere que estos estudiantes aún no consolidan la comprensión de la sustracción como operación inversa a la adición, limitándose a aplicar reglas procedimentales memorizadas sin significado conceptual.

4.5 4.2 DIFICULTADES EN EL MANEJO DEL VALOR POSICIONAL

La comprensión del valor posicional emergió como la barrera cognitiva más generalizada, afectando al 93.3% de los participantes (14 de 15 estudiantes). Las preguntas 9 y 10 de la guía diagnóstica —que involucraban cantidades de tres y cuatro dígitos— mostraron tasas de error superiores al 85% en las tres instituciones. Los errores observados no fueron producto de descuido sino de concepciones sistemáticas sobre la estructura del sistema decimal.

El patrón predominante consistió en yuxtaponer cifras sin atender su posición: al sumar $1.000 + 1.800$, E₂M escribió "28" alineando verticalmente ambos números, pero procesándolos como si fueran de un solo dígito. Similarmente, E₄C registró el total de la pregunta 9 como "34.00" al sumar $200+100+300+1.000+1.800$, demostrando reconocimiento visual de que "debe haber ceros" sin comprender por qué ni cuántos. Estos errores reflejan lo que Resnick (1984) denomina conocimiento sintáctico sin conocimiento semántico: los estudiantes manipulan símbolos siguiendo reglas parcialmente aprendidas, pero carecen de referentes conceptuales sobre el significado de esas manipulaciones.

La dependencia del material concreto para compensar esta limitación resultó evidente cuando se permitió usar fichas representativas. E₁M, quien había fallado inicialmente la pregunta 9, logró resolverla correctamente tras construir montones de

fichas etiquetadas según cada valor. Sin embargo, al solicitarle resolver sin material un problema estructuralmente idéntico, pero con diferentes cantidades, volvió a cometer errores similares. Este hallazgo coincide con lo reportado por Kamii (1985): el uso instrumental de material concreto no garantiza construcción conceptual si el estudiante no reflexiona sobre las relaciones numéricas subyacentes.

4.6 4.3 DESEMPEÑO DIFERENCIAL

SEGÚN CATEGORÍAS DE PROBLEMAS ADITIVOS

Las categorías de problemas propuestas por Nesher (como se citó en Castro et al., 1995) mostraron niveles de dificultad marcadamente diferentes. La Tabla 2 presenta las tasas de resolución correcta según tipo de problema y ubicación de la incógnita.

Tabla 2

Porcentaje de resolución correcta según categoría de problema aditivo

Categoría	Incógnita resultada	Incógnita cambio	Incógnita inicio
Cambio-unión	86.7% (13/15)	46.7% (7/15)	20.0% (3/15)
Combinación	73.3% (11/15)	60.0% (9/15)	—
Comparación	40.0% (6/15)	26.7% (4/15)	13.3% (2/15)
Cambio-separación	66.7% (10/15)	33.3% (5/15)	6.7% (1/15)

Nota. Elaboración propia basada en análisis de guías 1 y 2.

Los problemas de cambio-unión con incógnita en el resultado ("Juan tenía 5 caramelos, María le dio 3 más, ¿cuántos tiene ahora?") alcanzaron la mayor tasa de éxito (86.7%), confirmando lo reportado por Carpenter y Moser (1984) sobre la facilidad relativa de problemas que permiten modelado directo mediante conteo. Los estudiantes exitosos en esta categoría emplearon estrategias de "contar todo" (representar ambas cantidades y contarlas juntas) o "contar desde" (iniciar en el primer número y continuar la secuencia), ambas documentadas como típicas en este rango etario (Fuson, 1992).

Contrariamente, los problemas con incógnita en la cantidad inicial mostraron las menores tasas de éxito independientemente de la categoría. Solo 20% resolvió correctamente "Luis tenía algunos dulces, comió 4 y le quedaron 6, ¿cuántos tenía al principio?", siendo esta pregunta la de mayor dificultad en toda la batería de instrumentos. Los intentos de resolución revelaron dos estrategias erróneas predominantes: restar $6-4=2$ (aplicando la palabra clave "comió" como señal de resta sin considerar la relación entre cantidades), o sumar $4+6=10$ seguido de verificación mediante resta $10-4=6$ sin comprender por qué esta secuencia funciona. Verschaffel et al. (1992) documentaron este fenómeno como "procesamiento superficial de palabras clave", donde los estudiantes responden a indicadores lingüísticos sin construir un modelo situacional coherente del problema.

Los problemas de comparación presentaron dificultades particulares relacionadas con la comprensión de relaciones asimétricas. La pregunta "¿Cuál es mayor: 5 montones

de 5 libros o 1 montón de 15 libros?" fue respondida incorrectamente por 80% de los participantes (12/15). Las justificaciones erróneas mostraron dos patrones: centrarse en la cantidad de montones ("5 es más que 1") ignorando el contenido de cada montón, o expresar preferencia personal sin razonamiento cuantitativo ("15 porque es mi número favorito"). Solo E₃M y E₂C construyeron representaciones pictóricas sistemáticas que les permitieron comparar las cantidades totales, estrategia que German y Gallistel (1978) identifican como evidencia de comprensión del principio de cardinalidad.

4.7 ROL DEL MATERIAL CONCRETO Y LAS REPRESENTACIONES PICTÓRICAS

El contraste entre el desempeño con y sin apoyo visual resultó sistemático en los tres casos institucionales. Las preguntas 1-5 de la guía 1 —que presentaban conjuntos dibujados de aviones y carritos— alcanzaron 93.3% de respuestas correctas (14/15 estudiantes). Cuando la guía 2 planteó problemas estructuralmente idénticos, pero sin dibujos, la tasa de éxito descendió a 40% (6/15). Esta diferencia de 53.3 puntos porcentuales sugiere que la mayoría de estudiantes aún requieren mediación perceptual para acceder a relaciones numéricas abstractas.

El análisis cualitativo de las estrategias empleadas reveló que los estudiantes exitosos sin material visual habían desarrollado capacidad de representación mental, creando espontáneamente dibujos esquemáticos antes de operar. E₁C, por ejemplo,

dibujaba círculos para representar cada elemento del problema antes de contar, demostrando comprensión de que los símbolos numéricos refieren a colecciones reales. Piaget (como se citó en Castro et al., 1995) explicaría esta conducta como transición entre el pensamiento preoperacional y operacional concreto, donde el estudiante aún necesita soportes figurativos pero puede generarlos internamente en lugar de depender exclusivamente de estímulos externos.

Los estudiantes con mayor dependencia del material concreto mostraron particular dificultad cuando los problemas requerían transformaciones mentales. La pregunta "¿Cuántos elementos le faltan al conjunto B para ser igual al conjunto A?" (guía 1, pregunta 8) fue respondida correctamente por 73.3% cuando los conjuntos estaban visualmente presentes, pero solo 26.7% resolvió el problema equivalente presentado verbalmente sin dibujos. Esta diferencia sugiere que ver los elementos permite aplicar estrategias de correspondencia uno a uno (emparejar elementos de ambos conjuntos hasta identificar los sobrantes), mientras que la versión verbal exige construir un modelo mental de la situación y operar sobre él, habilidad que Castro et al. (1995) asocian con niveles avanzados de pensamiento numérico.

4.8 4.5 CONVERGENCIAS Y DIVERGENCIAS ENTRE LOS CASOS INSTITUCIONALES

A pesar de las diferencias contextuales entre las tres instituciones —urbano-vulnerable (Fe y Alegría), urbano-periurbano (José A. Galán) y rural (Guillermo Aguilar)— los patrones de dificultad mostraron notable convergencia. Las tres principales barreras cognitivas identificadas (valor posicional, abstracción sin material concreto, problemas con incógnita en cantidad inicial) aparecieron en proporciones similares en los tres contextos, sugiriendo que no son atribuibles a factores socioeconómicos o geográficos sino a aspectos inherentes al desarrollo cognitivo en este rango etario.

Sin embargo, se observaron diferencias en las estrategias compensatorias desarrolladas. Los estudiantes de Guillermo Aguilar mostraron mayor disposición al trabajo colaborativo, consultándose mutuamente y construyendo soluciones grupales incluso en tareas individuales. Esta conducta, aunque metodológicamente complica la atribución individual de respuestas, refleja prácticas culturales de comunidades rurales donde la resolución colectiva de problemas resulta más valorada que el desempeño individual (Stake, 2020). Los estudiantes urbanos, particularmente de Fe y Alegría, demostraron mayor familiaridad con formatos de evaluación escrita y menor resistencia a trabajar de forma aislada, aunque no necesariamente mejores resultados.

Las tres instituciones coincidieron en la mayor facilidad con números pares, confirmando la observación de Castro et al. (1995) sobre este fenómeno. Cuando los

problemas involucraban exclusivamente números pares menores a 20, la tasa de éxito aumentaba aproximadamente 30 puntos porcentuales respecto a problemas con números impares o mixtos. Los estudiantes explicaban esta preferencia señalando que "los pares son más fáciles de contar de dos en dos", estrategia que evidencia inicio de comprensión de patrones numéricos, aunque aún limitada a aplicación procedimental sin justificación conceptual.

5. CONCLUSIONES

Esta investigación logró identificar y caracterizar las principales barreras cognitivas que enfrentan estudiantes de segundo grado al interpretar enunciados verbales con estructuras aditivas, cumpliendo el propósito central del estudio. El hallazgo más relevante confirma que el valor posicional constituye el obstáculo cognitivo más generalizado, afectando a 14 de los 15 participantes independientemente de su contexto institucional. Esta dificultad no es superficial ni meramente procedimental: los estudiantes manipulan cifras siguiendo reglas parcialmente memorizadas sin comprender el significado posicional de cada dígito, patrón que Resnick (1984) denomina conocimiento sintáctico sin referente semántico. La segunda barrera significativa corresponde a la dependencia del material concreto para acceder a relaciones numéricas abstractas, evidenciada en diferencias superiores a 50 puntos porcentuales entre problemas con y

sin apoyo visual. La tercera dificultad sistemática involucra problemas donde la incógnita ocupa la posición inicial, categoría que solo 20% de estudiantes resolvió completamente, confirmando los reportes de Carpenter y Moser (1984) sobre la complejidad del razonamiento inverso en este rango etario.

La caracterización de estrategias reveló que los estudiantes emplean predominantemente tres aproximaciones: conteo directo uno a uno cuando hay material manipulable, aplicación de palabras clave sin construcción de modelo situacional, y evitación mediante respuestas basadas en preferencias personales cuando el problema excede sus recursos cognitivos disponibles. Solo tres estudiantes demostraron capacidad para generar representaciones mentales espontáneas, sugiriendo que la mayoría permanece en transición entre pensamiento preoperacional y operacional concreto según la taxonomía piagetiana. Los niveles de secuencia numérica mostraron que ningún participante alcanzó consistentemente el nivel de cadena bidimensional propuesto por Fuson (1992), contradiciendo expectativas curriculares para segundo grado. Esta discrepancia entre lo esperado y lo observado plantea interrogantes sobre la pertinencia de los estándares vigentes o la efectividad de las prácticas pedagógicas empleadas para alcanzarlos.

Las relaciones entre dificultades observadas y factores contextuales resultaron menos determinantes de lo anticipado. Aunque las tres instituciones estudiadas presentaban características socioeconómicas y geográficas distintas, los patrones de error mostraron convergencia notable, sugiriendo que las barreras cognitivas

identificadas responden primariamente a aspectos del desarrollo cognitivo característicos de la edad más que a variables contextuales. Esta conclusión debe interpretarse cautelosamente considerando el tamaño limitado de la muestra: 15 estudiantes distribuidos en tres instituciones no permiten generalización estadística, aunque sí ofrecen generalización analítica mediante refinamiento de constructos teóricos existentes (Yin, 2009). La única divergencia contextual significativa apareció en las estrategias compensatorias: estudiantes rurales mostraron mayor disposición al trabajo colaborativo mientras urbanos demostraron mayor familiaridad con formatos evaluativos individuales, sin que estas diferencias se tradujeran en ventajas sistemáticas de desempeño.

Los aportes de esta investigación para la práctica educativa incluyen la identificación específica de cinco categorías de dificultad que requieren atención pedagógica diferenciada: valor posicional, abstracción matemática, comprensión de relaciones numéricas, estrategias de conteo y resolución de problemas con incógnita no canónica. Esta taxonomía permite a los docentes diagnosticar con mayor precisión dónde se ubican las barreras de cada estudiante, superando generalizaciones como no sabe sumar o tiene problemas en matemáticas. El estudio también evidencia que el uso instrumental de material concreto no garantiza construcción conceptual si no se acompaña de reflexión sobre las relaciones subyacentes, hallazgo que cuestiona prácticas pedagógicas centradas exclusivamente en manipulación de objetos sin

mediación conceptual explícita (Kamii, 1985). La confirmación de que problemas estructuralmente idénticos presentan dificultades radicalmente diferentes según la ubicación de la incógnita sugiere la necesidad de secuencias didácticas que expongan gradualmente a los estudiantes a estas variaciones, en lugar de asumir que dominar un tipo de problema automáticamente transfiere a otros.

Las recomendaciones derivadas de estos hallazgos operan en múltiples niveles. Para docentes de segundo grado se sugiere implementar diagnósticos iniciales que determinen el nivel de secuencia numérica de cada estudiante según la taxonomía de Fuson (1992), permitiendo diseñar actividades apropiadas a su zona de desarrollo próximo en lugar de asumir homogeneidad del grupo. El trabajo con valor posicional requiere enfoque prolongado y sistemático que trascienda ejercicios mecánicos de escritura, incorporando experiencias de agrupamiento y desagrupamiento físico que construyan referentes semánticos para la notación posicional. La transición del material concreto hacia la abstracción debe graduarse cuidadosamente, promoviendo representaciones pictóricas como etapa intermedia y fomentando que los estudiantes verbalicen las relaciones numéricas que observan. Las instituciones educativas deberían considerar incrementar el tiempo destinado a estructuras aditivas en primero y segundo grado, reconociendo que su complejidad cognitiva amerita desarrollo más pausado que el tradicionalmente asignado.

Para políticas educativas más amplias, los resultados sugieren revisar la coherencia entre estándares curriculares y desarrollo cognitivo esperable. Si ningún

estudiante de la muestra alcanzó niveles de competencia anticipados por documentos oficiales, caben dos interpretaciones no mutuamente excluyentes: los estándares resultan demasiado exigentes para la mayoría de estudiantes en este grado, o las prácticas pedagógicas predominantes no están logrando facilitar los aprendizajes esperados. Resolver esta disyuntiva requiere investigación adicional que contraste resultados de instituciones con prácticas pedagógicas innovadoras documentadas versus aquellas con enfoques tradicionales. La formación docente debería incorporar conocimiento profundo sobre desarrollo del pensamiento numérico y estructuras aditivas, trascendiendo la familiaridad superficial con algoritmos para abarcar comprensión de los procesos cognitivos subyacentes que documentan autores como Piaget, Fuson, German y Castro et al. (1995).

Las limitaciones del estudio incluyen el tamaño reducido de la muestra, que aunque apropiado para investigación cualitativa exploratoria, no permite identificar con precisión qué proporción de la población estudiantil experimenta cada tipo de dificultad. La selección por conveniencia introduce sesgos potenciales: estudiantes dispuestos a participar voluntariamente en sesiones extraescolares podrían diferir sistemáticamente de quienes no aceptaron participar, aunque no se cuenta con información para verificar esta hipótesis. El período de análisis de nueve meses permitió observar evolución en algunos estudiantes, pero resulta insuficiente para documentar desarrollo a largo plazo o efectos de intervenciones pedagógicas específicas. La ausencia de grupo control

impide determinar si las dificultades observadas responden a prácticas pedagógicas particulares de las instituciones estudiadas o constituyen patrones generalizables. El análisis manual sin software especializado, aunque apropiado para estudios cualitativos de esta escala, limita la sistematicidad en la identificación de patrones sutiles que análisis computacional podría revelar.

Interrogantes abiertas para investigaciones futuras incluyen: ¿Qué intervenciones pedagógicas específicas resultan más efectivas para facilitar la comprensión del valor posicional en estudiantes de segundo grado? ¿Cómo evoluciona el manejo de estructuras aditivas entre segundo y cuarto grado en estudiantes que recibieron intervenciones focalizadas versus quienes siguieron currículo regular? ¿Existen diferencias significativas en las barreras cognitivas identificadas cuando se comparan estudiantes de escuelas públicas versus privadas, controlando variables socioeconómicas? ¿Qué papel juega el lenguaje materno en la construcción del concepto de valor posicional, considerando que el español presenta mayor regularidad en la denominación de números que idiomas como el inglés? ¿Los estudiantes con alto desempeño en problemas aditivos verbales muestran también ventajas en otros dominios matemáticos como geometría o medición, o las competencias resultan relativamente independientes? Estudios longitudinales que documenten trayectorias individuales desde preescolar hasta cuarto grado podrían identificar momentos críticos donde aparecen bifurcaciones entre estudiantes que consolidan comprensión conceptual versus quienes permanecen en conocimiento procedimental frágil.

REFERENCIAS

- American Psychological Association (2019). Publication Manual of the American Psychological Association (7ma ed). <https://doi.org/10.1037/0000165-000>
- American Psychological Association (2019). Style and Grammar Guidelines. <https://apastyle.apa.org/style-grammarguidelines/index>
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Teachers College Press.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in Mathematics Education*, 15(3), 179-202.
- Castellanos, J. J. P., Medina, N. A. Z., Redondo, A. L., & Torres, J. P. S. (2022). Caracterización de los resultados del examen Saber Pro en los programas de Fonoaudiología en Colombia en los años 2018–2022. *Revista Perspectivas*, 7(S1), 363-373.
- Castro, E., Rico, L., & Martínez, E. C. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización* (pp. 45-79). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction.
- German, R., & Gallistel, C. (1978). The child's understanding of number Cambridge.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación (6ta edición; SADCV MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, Ed.).
- Kamii, C. (1999). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. Teachers College Press.
- Ordoñez Marquinez, L. I. (2014). *Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal (PAEV)* (Doctoral dissertation).
- Piaget, J. (1952). The child's conception of number. New York.
- Resnick, L. B. (1984). A developmental theory of number understanding.
- Stake, R. E. (2020). Investigación con estudio de casos.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (2019). Reglamento de Investigación e Innovación. (gaceta). UPEL, Resolución N° 2019.547.269.

Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 79-86.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 84(1), 85.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (Vol. 5). sage.