
LA INTERPRETACIÓN Y ARGUMENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A TRAVÉS DEL SEGUIMIENTO Y ANÁLISIS DE PROTOCOLOS.

Mónica Aleyda Adarme Barajas

Monchis.3176@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9173-9057>

Recibido: 19/03/2024

Aprobado: 25/04/2024

RESUMEN

Este artículo presenta los resultados de una investigación enfocada en el pensamiento variacional, con el propósito de determinar la incidencia de la estrategia seguimiento de protocolos en el fortalecimiento del proceso de comunicación, específicamente en las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico de la vida real, modelados por la función lineal o la función exponencial con estudiantes del grado noveno de una institución pública de Santander, Colombia. Se categorizó el nivel de desempeño en Bajo, Básico y Alto, de la escala de la valoración nacional propuestos en Decreto 1290 del MEN (2009). Para cumplir con este objetivo, se diseñó e implementó una Unidad Didáctica (UD) basada en la teoría de Manuel AREA (1993), mediada por el seguimiento de protocolos propuesto por Miguel De Guzmán (1991) que tuvo en cuenta las cuatro fases de resolución según George Pólya (1945). Los resultados de esta investigación muestran la evolución en los niveles de desempeño de los estudiantes en las dos habilidades: la interpretación y la argumentación en la resolución de problemas de tipo económico, y a su vez sus principales dificultades. En cuanto a los niveles de desempeño, los estudiantes presentaron mayor dificultad en el nivel alto de la argumentación, porque se les dificultó expresar claramente por escrito lo que pensaron e hicieron con los problemas en la obtención de la solución.

Palabras clave: proceso de comunicación en matemáticas, seguimiento de protocolos, resolución de problemas.

THE INTERPRETATION AND ARGUMENTATION IN RESOLUTION OF PROBLEMS THROUGH TRACKING AND ANALYSIS OF PROTOCOLS.

ABSTRACT

This article presents the results of an investigation focused in variational thinking for the purpose of determining the influence of the protocol tracking strategy in the strengthening of communication process. It specifically deals with the interpretation and argumentation skills to solve problems of economic nature of real life, modeled by linear function or exponential function, on students from ninth grade in a public school at Santander, Colombia. Categorizing their level of performance in Lower, Basic, and High from the National Ministry of Education scale proposed in the 1290 Decree (2009). In order to achieve this objective, a Didactic Unit (DU) was designed and implemented based on the Manuel AREA (1993) theory, brokered by the tracking of protocols proposed by Miguel De Guzmán (1991) who took into account the four stages for resolution based on George Pólya (1945). The results of this investigation show the evolution on the performance levels of students in both skills: interpretation and argumentation to solve problems of economic nature, and at the same time its main difficulties. Regarding the performance levels, students presented greater difficulty in the higher level of argumentation because it made it hard to write clearly what they thought and did with the problems to obtain the solution.

Keywords: communication process in mathematics, protocol following, problem solving.

INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación titulado “Proceso de comunicación en la resolución de problemas con enfoque económico a través del seguimiento y análisis de protocolos en estudiantes de noveno grado de una institución pública” corresponde a un estudio realizado, con el fin de aportar un granito de arena a la problemática registrada en los resultados de pruebas tanto nacionales, como internacionales en el área, donde se evidencia la crisis frente la enseñanza y el aprendizaje en la matemática de nuestro país, siendo el proceso de resolución de problemas el de mayor dificultad, como se ha evidenciado en los últimos

reportes del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), en las que Colombia ha participado desde hace 16 años y ha ocupado los últimos puestos, presentando dificultades en la resolución de problemas de la vida cotidiana de forma creativa. Como consecuencia, el gobierno lanzó el programa nacional de educación económica y financiera para los grados de cero a once, donde busca formar competencias en los estudiantes colombianos que les permitan comprender el entorno financiero relacionados con el ahorro y crédito, para posteriormente llegar a una inteligente toma de decisiones. De igual manera, la Institución Educativa en la que se realizó el estudio, ha presentado en las Pruebas Saber de matemáticas del grado 9° dificultades al formular, interpretar y resolver problemas en diferentes contextos y en comunicar el razonamiento, los conceptos matemáticos, los procedimientos al describir, explicar, y predecir fenómenos.

Por lo anterior, la investigación se centró en el proceso de comunicación, uno de los cinco procesos generales para la educación matemática en la básica secundaria, considerado proceso fundamental en la enseñanza y resolución de problemas, específicamente en el estudio de la función lineal y exponencial que modelan situaciones económicas y financieras. Se busca que los estudiantes sean capaces de verbalizar las ideas usando el lenguaje, los símbolos, y las diferentes formas de representación que brinda la matemática, tal como se expresa en los Lineamientos Curriculares, Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998). Al respecto, la *The National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), afirma que el proceso de comunicación requiere ambientes para la reflexión en colectivo, donde el estudiante comparta en forma oral o por escrito el procedimiento que pensó y llevó a cabo en la resolución de problemas, con el fin de clarificar sus ideas para mejorar la interpretación de los mismos y aprender a ser claros y convincentes en la argumentación.

En consecuencia, se hizo necesario buscar una estrategia didáctica que permitiera potenciar el proceso de comunicación por medio de la resolución de problemas matemáticos en el contexto económico acordes a las experiencias y los aprendizajes vividos por los estudiantes, para poder transformar la cultura económica, dando sentido y significado a la toma de decisiones propias o colectivas. Por tanto, se formuló la pregunta de investigación:

¿Qué efectos tiene el seguimiento y análisis de protocolos en el proceso de comunicación al resolver problemas matemáticos o de la vida real? Para dar respuesta a esta pregunta se propone como objetivo general: determinar la incidencia de la estrategia de seguimiento de protocolos para el fortalecimiento del proceso de comunicación al resolver problemas de tipo económico.

MARCO DE REFERENCIA

De acuerdo con la problemática planteada, el proceso de comunicación se centró en el desarrollo de las habilidades de interpretación y argumentación esenciales para la resolución de problemas matemáticos o de la vida real. Entre las fuentes teóricas que han propuesto definir la habilidad de interpretación está Niño (citado por Gonzalez y Paniagua, 2011) define como “un acto consistente” que el estudiante realiza para capturar de la información contenida en un problema donde se le atribuye significado según el campo del conocimiento, a través de sus “experiencias previas”.

Para el Instituto Colombiano de Fomento de la Educación Superior (ICFES) interpretar es: “entender datos cuantitativos en diferentes formatos como gráficos, textos y tablas” y argumentar la concibe como la capacidad del estudiante para “validar o refutar conclusiones”, a este respecto Homero (2007) piensa que cuando un estudiante realiza actividades de resolución de problemas matemáticos donde deba justificar, explicar o validar sus resultados o conjeturas nacidas durante el proceso de resolución del problema, se pone en juego una “práctica argumentativa” entendida como el conjunto de acciones y razonamientos que el estudiante ejecuta. En la enseñanza de las matemáticas el desarrollo de estas dos habilidades comunicativas conlleva a la construcción de nuevo conocimiento que permitirá al estudiante ponerlo en práctica en su vida cotidiana, con el fin de mejorar su contexto y la calidad de vida.

En cuanto a la Resolución de Problemas (RP), George Pólya (1986) propuso un modelo de resolución en cuatro etapas: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución, cada etapa es acompañada de una serie de preguntas que orientan el proceso y posible descubrimiento de reglas o método que lleve a la solución. Según Pólya (citado por Alfaro, 2006) tener un problema es tener un conflicto cognitivo y requiere tener conciencia de buscar “acciones apropiadas” que permitan llegar a solucionarlo no de forma inmediata, es decir, un problema puede ser una pregunta en la que se hace necesario recurrir a diversos conocimientos matemáticos demandando tiempo y esfuerzo. Existen dos clases de problemas “problemas por resolver” y “problemas por demostrar”, la investigación se centró en problemas por resolver que incluyen problemas de las matemáticas, de vida real y de otras ciencias, como son los de tipo financiero.

En cuanto a la enseñanza en la (RP) De Guzmán (1991), quien sigue las ideas de Pólya, propone en su libro “para pensar mejor”, una serie de pautas para mantener una actitud adecuada, tenidas en cuenta en este estudio, encaminadas a superar ciertos bloqueos durante el proceso de resolución en la medida en que realice el “Seguimiento de Protocolos”, una estrategia para examinar y evaluar el proceso de resolución, los niveles de desempeño de los estudiantes y sus avances en las habilidades de interpretación y argumentación.

La estrategia didáctica implementada está conformada por tres momentos o etapas: La *etapa inicial* corresponde a la elaboración del “Protocolo” entendido este como la reproducción de “lo que ha ido realizando, lo que ha ido pensando, y los sentimientos y situaciones afectivas por las que ha ido pasando” el estudiante, durante el proceso de resolución de un problema. Esta etapa es muy importante para determinar el nivel de desempeño individual del estudiante en ambas habilidades al comunicar por escrito los procesos de pensamiento, métodos de resolución y su estado anímico a través de emoticones. La *etapa intermedia* constituida por el consenso en pequeños equipos de trabajo y la plenaria de grupos, fue fundamental para fortalecer y avanzar en las dos habilidades de estudio al permitir la socialización de aciertos y dificultades en la interpretación de los problemas de tipo económico, la comprensión de diversas maneras de abordar los problemas y el análisis

de la correcta solución al debatir con argumentos sus procedimientos y razonamientos, además de evidenciar las diferentes estrategias de solución y poder seleccionar la más complicada, interesante o sencilla. La *etapa de cierre* o institucionalización del conocimiento matemático inmerso en el problema, es una etapa a cargo de la docente investigadora, en el que se hizo énfasis en aspectos relevantes de los problemas en relación a la caracterización o modelación de la función lineal o exponencial.

METODOLOGÍA

Esta investigación se desarrolló desde un enfoque de tipo cualitativo porque permitió describir y comprender los fenómenos presentados desde un ambiente natural de aula en relación con el contexto, buscando en los estudiantes la auto-reflexión de sus dificultades, fortalezas y aspectos por mejorar en el desarrollo de las actividades. Desde el paradigma interpretativo en el que se encuentra el método de Investigación Acción, que Alberich (2006) lo define como: “un método de estudio que busca tener resultados fiables y útiles para mejorar situaciones colectivas, basando la investigación en los participantes de los propios colectivos a investigar” (p. 6) y Elliott (1993) se refiere a este método como:

...una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objetivo ampliar la comprensión (diagnóstico) de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas. (p.3)

Bajo esta perspectiva, la investigación siguió el modelo cíclico propuesto por Elliot, porque se reconoció la problemática, se planteó un plan general a través del diseño de la UD, se implementó, se observó y se reflexionó sobre sus efectos. Así, al finalizar la sesión 1, se revisa la situación y se establece qué se deseó mejorar en el plan propuesto, para poder iniciar con la implementación de la sesión 2, y así sucesivamente hasta terminar con el plan de acción. La investigación se compone de tres momentos: planificación, acción y evaluación de la acción, y sus fases.

La Planificación. Se realizó en las siguientes fases: Documentación, diseño del diagnóstico y diseño de la (UD):

1. Documentación. Incluye el análisis y la revisión de documentos teóricos e investigaciones relacionadas con el problema de interés, los cuales permitieron sustentar los aspectos a tener en cuenta en las pruebas diagnóstica y final, así como en el diseño de la UD que se ejecutó.
2. Diseño del diagnóstico. Se diseñó un cuestionario sobre dos temáticas: porcentaje y función lineal, indispensables para determinar presaberes y abordar problemas de índole económico. Con el fin de conocer la manera en que los estudiantes interpretaban problemas, realizaban procedimientos y argumentaban la toma de decisiones al manifestar por escrito sus razonamientos.
3. Diseño de la UD. La Unidad Didáctica, está conformada por cinco sesiones y dos autoevaluaciones, en cada sesión se analizó y resolvió un problema de tipo económico en tres etapas establecidas por la estrategia seguimiento de protocolos, que corresponde al trabajo individual, grupal y de cierre.

Intervención- Acción. Se llevó a cabo con la aplicación del diagnóstico, cuyos resultados permitieron el diseño y la implementación de la UD en un tiempo total de 32 horas de clase, que contribuyera a la superación de dificultades identificadas en los estudiantes y a su vez al fortalecimiento de habilidades para interpretar y argumentar en la resolución de problemas. La ejecución de la propuesta de investigación se estableció con la UD está formada por cinco sesiones, cada una de ellas mediada por la estrategia “Seguimiento y análisis de protocolos” desarrollada en tres etapas:

En la Etapa inicial, el estudiante en forma individual realizó el protocolo del proceso de resolución de un único problema de tipo económico; en la Etapa intermedia, el trabajo se dividió en dos partes: En la primera parte, la docente organizó los alumnos en pequeños grupos de 4 estudiantes, quienes socializaron los protocolos iniciales, analizaron similitudes y diferencias entre ellos, con el fin de establecer un consenso grupal en cada uno de los pasos

de resolución. En la segunda parte, se desarrolló la plenaria general donde se expuso los consensos grupales, se clarificaron dudas y dificultades, se comunicaron las diferentes estrategias de solución y se estableció la más adecuada para el problema. En la Etapa de cierre, la profesora enfatizó en aspectos importantes que surgieron de la etapa anterior e institucionaliza el conocimiento matemático inmerso en el problema trabajado en clase.

Las técnicas e instrumentos de recolección usadas en cada una de las fases del proceso investigativo fueron:

- La observación participante, que según Mckernan es la forma práctica de hacer investigación donde el investigador es un miembro que forma parte de la vida del grupo y se relaciona con las actividades, los acontecimientos, comportamientos y cultura de este. Como instrumento para realizar la observación, se utilizó el Diario de Campo, que para Elliott debe contener narraciones, sentimientos e interpretaciones personales sobre lo observado.
- El cuestionario es un documento que permite al investigador recoger información relevante y las opiniones de los informantes, se utilizó dos cuestionarios uno como prueba diagnóstica para identificar dificultades y fortalezas de los estudiantes en cuanto a la interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico. Y otro como prueba final, para determinar si las falencias detectadas fueron superadas o persisten después de la aplicación de la unidad didáctica. El instrumento se usó fue el protocolo de cuestionario o guía de preguntas sobre situaciones problemáticas.
- Análisis de documentos o seguimientos de protocolos, son para Elliott documentos que facilitan información en detalle sobre el objeto de estudio, pueden ser hojas de examen, fichas de trabajo, hojas de tareas y trabajos escritos por los estudiantes. Como instrumento se usó la rúbrica o guía de puntaje, para determinar a través de unos indicadores, el nivel de competencia por el cual transita el estudiante.

La evaluación del “Seguimiento y análisis de protocolos” fue continua de tipo cualitativo durante cada sesión, se analizaron la etapa inicial e intermedia para determinar la incidencia de la estrategia en el fortalecimiento del proceso de comunicación en los estudiantes, específicamente en las dos habilidades de estudio: la interpretación y la argumentación al resolver problemas de tipo económico. Las sesiones se organizaron de la siguiente manera:

Tabla 1.

Relación entre las sesiones de la UD con su contenido temático.

Sesiones	Actividades	Contenido temático
1° Sesión	Exploro con el ahorro de Santiago	Función (serie de cuadrados)
2° Sesión	Analizo con Martha el Paga diario	Función lineal (interés simple)
3° Sesión	Ayudo a Nora a Decidir sobre el mejor crédito	Comparación de funciones lineales (interés simple)
4° Sesión	Analizo con Francisco el mejor tipo de ahorro para ganar dinero	Comparación de función lineal y exponencial (interés simple y compuesto)
5° Sesión	Escojo la mejor capitalización	Comparación de funciones exponenciales (interés compuesto)

Fuente: Elaborado por la docente investigadora.

Al terminar la tercera y quinta sesión se realizó el proceso de autoevaluación de cada estudiante con el fin de tener otro punto de vista sobre la incidencia de la estrategia, propiciar la auto-reflexión del proceso llevado a cabo, hacer toma de consciencia sobre los logros alcanzados y las dificultades en el fortalecimiento de las habilidades de estudio. Finalmente, se aplica la prueba final a los estudiantes para determinar en los resultados, los efectos que tuvo el seguimiento y análisis de protocolos para el desarrollo de las dos habilidades comunicativas al solucionar situaciones de ahorro y crédito con interés simple y compuesto, importantes para la toma de decisiones propias, inteligentes y responsables en el campo financiero.

Reflexión- Evaluación de la acción. Se realizó antes, durante y después de la intervención con apoyo del Diario de Campo donde se registró los acontecimientos y las

acciones de los estudiantes, para el análisis de evidencias de resultados obtenidos a través de rúbricas, sobre los avances y dificultades en cuanto al desempeño de las habilidades de estudio en la resolución de problemas de tipo económico. Las rúbricas evaluativas se elaboraron estableciendo criterios en los niveles Bajo, Básico y Alto de desempeño para evaluar a los estudiantes, en el cumplimiento del objetivo. A continuación, se muestran los criterios de evaluación para las dos habilidades:

Tabla 2.

Criterios para evaluar las habilidades comunicativas en la prueba diagnóstica y final.

<i>Nivel de Habilidad de interpretación desempeño</i>	<i>Habilidad de interpretación</i>	<i>Habilidad de argumentación</i>
<i>Bajo</i>	I1: Reconoce algunos datos, pero no establece relaciones entre ellos que permitan determinar que ha comprendido el problema.	A1: Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema, sin sentido. No posee elementos para validar o refutar conclusiones.
<i>Básico</i>	I2: Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	A2: Presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema. Se evidencia algunos elementos importantes para validar o refutar conclusiones.
<i>Alto</i>	I3: Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.	A3: Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema, validando o refutando conclusiones.

Fuente: Elaborado por la docente investigadora.

HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN

Uno de los propósitos de esta investigación fue identificar las fortalezas y dificultades de los estudiantes de estudio, en la interpretación y argumentación de problemas que involucran pre saberes sobre porcentaje y función lineal necesarios para resolver problemas de tipo económico.

- Los resultados de la *prueba diagnóstica* fueron:

En cuanto a la *interpretación* las dificultades estuvieron relacionadas con: la comprensión de enunciados, establecer relaciones entre los datos, el dedicar poco tiempo para pensar más y mejor los problemas antes de ejecutarlos, realizar en forma correcta operaciones aritméticas y verificar los procesos. Las dificultades, en cuanto a la *argumentación* estuvieron relacionadas con: expresar lo que se pensó e hizo con los problemas, colocar en orden las ideas y la poca claridad de los conceptos sobre porcentaje y función lineal.

Las fortalezas comunes, en cuanto a las dos habilidades, estuvieron relacionadas con la buena actitud y disposición de los estudiantes al trabajo propuesto, quienes usaron sus saberes y contextualizaron los problemas en sus realidades, con el fin de poder llegar a comprender, ejecutar y comunicar lo que obtuvieron como solución de los mismos.

Por ejemplo, se muestra a continuación los estudiantes E32 y E10 ante el problema #5 de la primera parte del diagnóstico. El estudiante E32 en la imagen 1, evidencio poca comprensión del problema manteniéndose en el nivel bajo en la interpretación, al identificar los datos inmersos en el problema, sin embargo, se le dificultó establecer alguna relación entre ellos y el porcentaje, dando a entender que no reconoce este concepto básico para abordar problemas de tipo económico; en consecuencia, la argumentación del problema también mantuvo en el nivel bajo porque expresó en forma simple lo que pensó e hizo sin sentido y significado a la pregunta planteada en la situación.

Imagen de dos los estudiantes en la prueba inicial o diagnóstico sobre porcentaje

<p>5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de futbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de futbol cuesta \$120.000 y el par de patines cuestan \$160.000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? Justifique su respuesta y responda</p> <p>¿Cuánto le falta o cuanto le sobra?</p> <p>a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN</p> <p><i>NO puede le faltan 10000 en total todo da buena y para no poder hacer esto hice una suma y si hay sigue todo el problema</i></p> <p>b) RESUELVA LA SITUACIÓN</p> $\begin{array}{r} 320.000 \\ 120.000 \\ + 160.000 \\ \hline 600.000 \end{array} = 600.000 \text{ en total}$	<p>5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de futbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de futbol cuesta \$120.000 y el par de patines cuestan \$160.000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? Justifique su respuesta y responda</p> <p>¿Cuánto le falta o cuanto le sobra?</p> <p>a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN</p> <p><i>Primero sumo las cosas que va a comprar luego saque el porcentaje y me da el resultado que es 450000 osea que si puede comprar los objetos.</i></p> <p>b) RESUELVA LA SITUACIÓN</p> $\begin{array}{r} 320.000 \\ 120.000 \\ + 160.000 \\ \hline 600.000 \end{array}$ <p>$25\% = \frac{25}{100}$</p> $600.000 \times \frac{25}{100} = 150.000$ $600.000 - 150.000 = 450.000$ <p><i>si le alcanzan</i></p>
--	---

Imagen 1. Estudiante E32.

Imagen 2. Estudiante E10.

Por otra parte, el estudiante E10 comprende correctamente el problema y comunicó la propiedad aditiva del porcentaje al ver el descuento total del 75% como el acumulado correspondiente de tres artículos cada uno con el 25% el descuento. Aunque expresa en lenguaje simbólico y verbal el proceso general que pensó y realizó para obtener la solución del problema poco responde a la pregunta ¿Cuánto le falta o cuánto le sobra? Ubicándose en el nivel alto de interpretación y básico en argumentación.

Después de la intervención en el aula, se analizaron los resultados de la prueba final y al contrastarlos con la prueba diagnóstico en cada una de las habilidades, encontramos resultados satisfactorios porque la mayoría de los estudiantes asumieron con responsabilidad la asistencia y el desarrollo de las actividades propuestas en la UD, se evidenció el apoyo entre pares para aclarar dudas y comprender mejor los problemas, la reflexión sobre aciertos y dificultades, la toma de consciencia para mejorar la forma de hablar y expresar los argumentos.

- Los resultados comparativos con la *prueba final* son los siguientes:

En cuanto al fortalecimiento de las habilidades de estudio en problemas con porcentaje se encontró que de los 35 estudiantes participantes: en la *interpretación*, 11 se mantuvo en el nivel básico y otros 11 en el nivel alto, el efecto estuvo en pasar de un nivel a otro, 3 avanzaron de los niveles bajo al básico, 6 pasaron del nivel básico al alto y 2 saltaron dos niveles del bajo al alto. En total 14 estudiantes se ubicaron en el nivel básico y 19 en el nivel alto, logrando afianzar y aclarar los pre-saberes sobre porcentaje, mejorando la comprensión de los problemas, al establecer relaciones con los datos existentes y faltantes, dedicando más tiempo para leer y ejecutar sus acciones, lo que permitió ser más efectivos al seleccionar y realizar las operaciones aritméticas. A continuación, se muestra el avance del estudiante E13 en la interpretación de problemas sobre porcentaje.

Imagen del estudiante E13 problemas sobre porcentaje

3. Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400. **Explica:** ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿cuál era el precio antes del descuento?

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

1. 100% por lo que sería el 30%
 2. luego le sumo 1600 a los 4800 y 900 sería cual es el precio de los paquetes de salchicha.

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

$100\% - 30\% = 70\%$ son los \$8400
 $8400 / 70\% = 12000$ Precio del paquete de salchichas

precio los 12000

Imagen 3. Prueba inicial de E13.

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

en Pedro el 1.250.000 se quitan 2 cosas y nos da el 800 y luego lo multiplica por 16 luego el que me da la suma con 12500 y luego los dos me los suma con el millón 1250.000

b) Resuelve el problema respondiendo cada ítem propuesto y luego es el resultado que me da

Carlos	Pedro
$3.000.000$ se le restan los 35% y el resultado que me da es el descuento.	$1.250.000 = 12.500$
	12.500
	200.000
	12.500
	12.500
	200.000
	1450.000

Imagen 4. Prueba final de E13.

En la imagen (3) se ilustra el tercer problema de la prueba inicial, donde se observa al estudiante E13 que reconoce la propiedad aditiva del porcentaje con los datos conocidos y por conocer, sin embargo, se le dificulta establecer relaciones aritméticas entre ellos que le permitan encontrar la solución de la situación planteada. Asumió valores que no corresponden a la situación como fue el precisar que el paquete de salchichas valía \$10.000 lo cual no corresponde al costo del artículo. Quedó clasificado E13 en el nivel bajo de interpretación en la prueba inicial, al reconocer los datos sin comprender la relación del porcentaje de descuento que planteó el problema.

Si revisamos a E13 en la imagen (4) con el primer problema de la prueba final, se observa el avance que tuvo en la interpretación de problemas con porcentaje, pasando del nivel bajo al básico, porque logró comprender la situación, reconocer los datos de la compra de un mismo televisor en almacenes diferentes y los relacionó para determinar el valor que pago uno de los compradores. Calculó el costo del IVA que debía agregar al valor del artículo, al multiplicar la unidad porcentual de este por el 16% del IVA, con el fin de saber el costo real que pagó Pedro, también describe el proceso que permite saber el pago que hace Carlos, pero no logra encontrar este dato impidiéndole dar respuesta a la pregunta ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio por el mismo televisor? Con base en este resultado, E13

mostró una mejoría en la interpretación de problemas con porcentaje y se ubicó en el nivel básico.

En la *argumentación*, se encontró a 12 estudiantes que mantuvo el nivel básico, y 4 en el nivel alto. El cambio positivo ocurrió en 13 estudiantes, donde 9 de ellos avanzó del nivel bajo al básico, porque abordaron todos los problemas, mejoraron el orden en el desarrollo de sus procedimientos, sin embargo, presentaron dificultad al expresar por escrito en forma clara y precisa el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema. Dos estudiantes pasaron del nivel básico al alto y dos más avanzaron dos niveles, del bajo al alto, para un total de 8 estudiantes en el nivel alto de la argumentación, que lograron ser claros y convincentes al comunicar las estrategias de solución de los problemas, ejecutaron el proceso pensado con representaciones simbólicas o numéricas para obtener una respuesta, que validaron con la relaciones de los datos al verificar la solución, facilitando la argumentación de la respuesta a la pregunta como conclusión del problema.

Se ilustra el estudiante E33 con el problema 3 del diagnóstico y 3 de la prueba final.

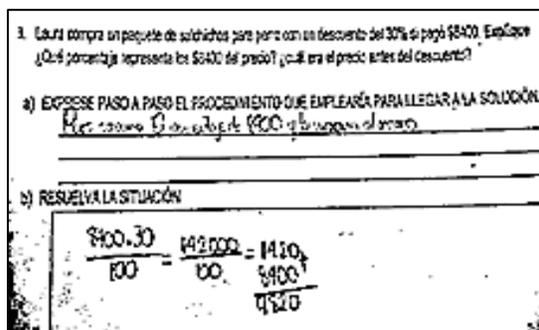


Imagen 3. Diagnóstico del Estudiante E33

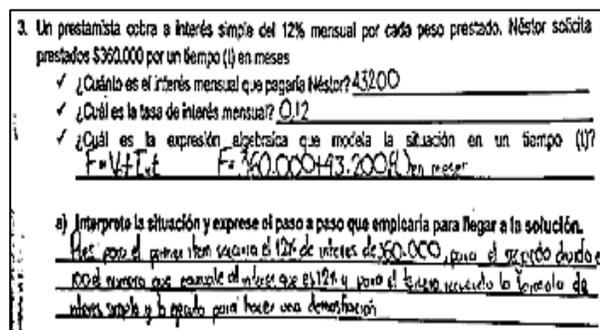


Imagen 4. Prueba final del Estudiante E33

El estudiante E33, durante el diagnóstico sabía calcular porcentajes pero poco comprendía el concepto, limitándose a hacer operaciones con pocos argumentos, con la intervención se observó que el estudiante mejoró su actitud de inseguridad y timidez, logrando en la prueba final mejorar la interpretación del nivel básico al alto al relacionar los datos con sentido al problema como se observa en la imagen 4, determina el interés mensual y la tasa que ofrece la situación de crédito, evidenciando la relación entre estos conceptos

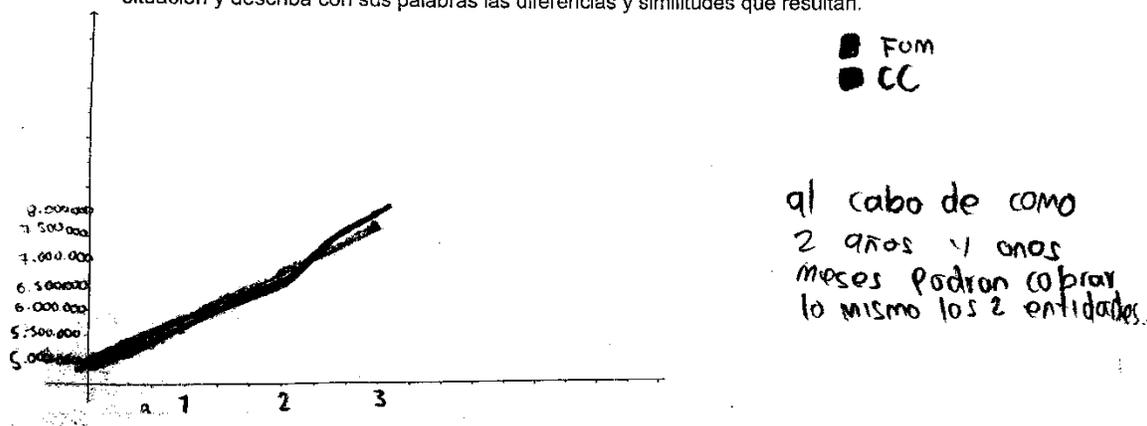
económicos. También, avanza en la argumentación del nivel bajo a alto al apropiarse del lenguaje algebraico para generalizar la correlación entre los datos, expresando con claridad la variación del dinero con respecto al tiempo.

Por otra parte, los resultados de los 35 estudiantes en problemas con función lineal, evidenció un cambio significativo en la habilidad de *interpretación* debido a que 4 avanzaron del nivel bajo al básico y 15 lograron pasar del nivel básico al alto, se mantuvo 12 en el nivel básico, donde la mayoría de los estudiantes comprendieron el enunciado del problema propuesto, identificaron los valores constantes y las variables, establecieron relaciones entre los datos para encontrar el interés, identificaron el interés como el incremento constante de la recta que lo representa, determinaron el valor de una variable conociendo la otra a partir del uso de fórmulas, logrando un mayor dominio algebraico, presentaron dificultad con el concepto de dominio y rango, la representación gráfica en el plano cartesiano por la inadecuada distribución los valores en los ejes y en algunos caso la incorrecta ubicación de puntos.

En relación a la *argumentación*, 6 estudiantes permanecieron en el nivel básico, 15 avanzó del nivel bajo al básico, porque adquirieron dominio en el lenguaje matemático, analizaron mejor el problema al tratar de ordenar las ideas para comunicar por escrito sus razonamientos, abordaron todas las preguntas y usaron en sus argumentos conceptos económicos como: la tasa de interés, el porcentaje de interés, la capitalización. Aunque se mantuvo la dificultad de expresar con claridad lo que pensaron e hicieron en el proceso de resolución. Quedando 11 en el nivel bajo de la argumentación y en el nivel alto, llegaron 3 estudiantes, 2 pasaron del nivel bajo al alto y el estudiante E1 que paso del nivel básico al alto. A continuación, ilustramos a E1 en la prueba final.

Imagen . Estudiante E1 en la solución del ítem e, f, g y h de la prueba final.

- e) Interprete el dominio y rango en cada una de las entidades financieras
dominio es el tiempo y rango el dinero de acuerdo al tiempo o sea
1- 3 años y 5.000.000 - 7.550.000 en FOM y 5.000.000 - 7604.375 CC
- f) Argumente cómo es el comportamiento del incremento (aumento) en los valores futuros en cada entidad financiera y a qué se debe ese comportamiento? en FOM aumenta de forma
recta y constante en un año, mientras que en CC el aumento es
desordenado ya que el interés se capitaliza y toca volver a cobrar
interés y así sucesivamente.
- g) ¿cuál es la representación algebraica que modela cada una de las entidades financieras del problema?
 $F = 5.000.000(1 + 0,17 \cdot 3) \rightarrow$ FOM
 $F = 5.000.000(1 + 0,15)^3 \rightarrow$ CC.
- h) Represente en el plano cartesiano con un gráfico a cada una de las dos entidades financieras de la situación y describa con sus palabras las diferencias y similitudes que resultan.



Como se observa en la imagen (96), el estudiante E1 comprendió claramente los aspectos de la función lineal y exponencial, los intervalos de dominio y rango; el comportamiento “recto y constante” de la función lineal, y el “desordenado” por la capitalización de intereses, de la función exponencial; utilizó varias representaciones para modelar la situación, esto le permitió dar claros argumentos para comunicar lo que había interpretado del problema, llegando a inferir el momento en que las dos entidades cobrarían lo mismo. Evidenciando un nivel de desempeño alto en ambas habilidades.

Es importante aclarar que 4 estudiantes se mantuvieron en el nivel bajo de la interpretación y la argumentación porque fueron intermitentes durante las clases, evidenciaron poco compromiso en el desarrollo de las actividades y se mostraron tímidos e inseguros durante la intervención, no les gustaba participar, ni preguntar para clarificar sus

dudas, esto conllevó al bajo aprendizaje, esperaban el análisis que sus compañeros para realizar en parte el de ellos, con el fin de tratar de analizar y ejecutar este tipo de problemas aunque con dificultad.

DISCUSIÓN

Como docentes debemos promover diferentes metodologías y estrategias de enseñanza a partir de una buena reflexión pedagógica, que garanticen en la mayoría de los estudiantes estímulos por aprender, el querer apropiarse de los conocimientos para su vida futura y tomar buenas decisiones. Ante la pregunta de investigación ¿Qué efectos tiene el seguimiento y análisis de protocolos, en el fortalecimiento del proceso de comunicación al resolver problemas matemáticos o de la vida real? Podemos decir que la estrategia “Seguimiento de protocolos” permitió que los estudiantes, tuviera la oportunidad de reflexionar y analizar su proceso comunicativo en la resolución de problemas de tipo económico, de manera individual como grupal, lo cual contribuyó en el desarrollo de sus habilidades para interpretar y argumentar, así como también en el fortalecimiento de las relaciones interpersonales.

Se pudo analizar que la estrategia favoreció más la interpretación que la argumentación porque la mayoría de los estudiantes mejoraron la comprensión de problemas de tipo económico, analizando la información con detenimiento, encontrando relaciones según las condiciones que posteriormente ejecutaron para determinar la solución. En cuanto a la argumentación, algunos estudiantes mejoraron su comunicación escrita porque expresaron mejor en sus argumentos recurriendo a los conceptos económicos y organizaron mejor sus procedimientos. Sin embargo, la falencia de escribir con claridad persistió en la mayoría de ellos.

Se recomienda fomentar cada vez más encuentros de discusión, donde los estudiantes participen con respeto y tolerancia, escuchen los diferentes puntos de vista, reflexionen y argumenten usando ejemplos o contraejemplos para refutar el pensamiento de otro. El

profesor debe generar controversia a las ideas de sus estudiantes con preguntas y respuestas, la cuales ayudan a detectar dificultades en la comprensión de problemas, provocar la realización de acciones, que permiten registrar el avance en el proceso comunicativo y el desarrollo del pensamiento matemático.

CONCLUSIONES

En cuanto a la interpretación, la incidencia en la mayoría de los estudiantes fue afianzar los presaberes sobre porcentaje y función lineal, mejorar la comprensión de los problemas de tipo económico, establecer relaciones con los datos, dedicar más tiempo para leer y comprender el problema antes de ejecutarlo, realizar en forma correcta operaciones aritméticas, evidenciar mayor dominio del reconocimiento y uso de expresiones algebraicas sin embargo, se mantuvo la dificultad de verificar los procesos.

En cuanto a la argumentación, la incidencia en algunos estudiantes fue en adquirir dominio en el lenguaje de conceptos económicos relacionados con el porcentaje y la función lineal; organizar las ideas para que la comunicación escrita fuera cada vez mejorando, expresando lo que pensaron e hicieron para obtener la solución de los problemas, sin embargo, se evidenció que la mayoría se le dificultó expresar con fluidez y coherencia sus pensamientos y razonamientos.

En general, la incidencia en el fortalecimiento del proceso de comunicación en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico, se debió en gran parte al trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de las actividades de la unidad didáctica, específicamente en la etapa intermedia proporcionándoles aprendizajes significativos para sus proyectos de vida en relación al manejo y la variación del dinero. Además de tener la oportunidad de aplicar la matemática a la vida real y comprenderlas para un futuro.

REFERENCIAS

- Alberich, T. (2006). *Investigación-acción participativa y mapas sociales*. Recuperado el 5 de febrero de 2016, de ALBERICH, Tomas. . 2006,file:///C:/Users/user/Downloads/IAP-y-Mapas-Sociales.pdf
- De Guzman, M. (1991). *Para pensar mejor*. LABOR, S.A.
- Elliott, J. (1993). *Investigación Acción*. Recuperado el 10 de febrero de 2016, de <http://es.slideshare.net/40049216/inv-accion-trabajo>
- González, M., & Paniagua, J. (2011). *Interpretación de Problemas Matemáticos*. Recuperado el 12 de junio de 2016, de Interpretación de Problemas Matemáticos: <https://davidbuiles.files.wordpress.com/2011/01/interpretacion-de-problemas-matematicos.pdf>
- Homero, Á. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación matemática*, 71.
- ICFES. (s.f.). *Competencia que evalúa saber 11*. Recuperado el 2 de octubre de 2016, de <http://blog.ipler.com/estas-son-las-competencias-que-eval%C3%BAa-la-prueba-saber-11>
- MEN. (1998). *lineamientos curriculares*. Recuperado el 1 de diciembre de 2015, de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- NCTM. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática, Primera edición en castellano*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Tiempo. (9 de julio de 2014). Resultados sobre las pruebas pisa. *El Tiempo*.